

ОСНОВНЫЕ УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

N — продольная сила, число циклов переменных напряжений, при которых происходит разрушение;	R_p, R_{cp}, R_{cm} — расчетные сопротивления растяжению, срезу и смятию;
P — сосредоточенная нагрузка;	σ_m, σ_a — среднее напряжение цикла; амплитуда цикла;
q — распределенная нагрузка;	K — эффективный коэффициент концентрации нормальных напряжений при симметричном цикле;
G — собственный вес;	σ_{RK} — предел длительной выносливости при значениях R и K ;
Q — вес груза; поперечная сила;	σ_{RKN} — предел ограниченной выносливости при числе циклов N ;
P_n — давление ветра;	n — число циклов нагружения; запас прочности;
l — длина пролета, стержня;	N_b — число циклов базы испытаний, соответствующее σ_{RK} ;
h — высота балки, фермы, рамы и их элементов;	Z_i — число повторений нагрузки на i -м уровне;
F — площадь поперечного сечения;	m_n — коэффициент условия работы;
f — прогиб;	$\sigma_{пр}$ — приведенное напряжение;
S — статический момент;	ψ — динамический коэффициент; коэффициент чувствительности металла к асимметрии цикла
W — момент сопротивления;	
J — момент инерции;	
σ_b — временное сопротивление разрыву;	
σ_{-1}, σ_0 — пределы выносливости основного металла при симметричном, отнулевом циклах;	
m — показатель степени кривой усталости;	
R — коэффициент асимметрии цикла переменных напряжений; расчетное сопротивление;	

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Раздел первый

СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ СИСТЕМЫ

Глава 1

БАЛКИ С ПОДВИЖНОЙ НАГРУЗКОЙ

При расчете металлических конструкций кранов часто приходится иметь дело с движущейся по конструкции нагрузкой. Подвижная нагрузка представляет собой систему взаимосвязанных параллельных сосредоточенных грузов

По своей геометрической схеме балки крановых металлических конструкций могут быть как статически определимыми (с консолями и без консолей), так и статически неопределимыми. Встречаются и шарнирные многоопорные статически определимые балки (например, концевые балки некоторых мостовых кранов)

По своему характеру подвижная нагрузка является динамической (см. § 10 1). При действии подвижной нагрузки в балках возникают переменные напряжения и перемещения, влияние которых на конструкцию излагается в гл. 12. При решении подавляющего числа инженерных задач, рассматривающих действие подвижной нагрузки, прибегают к расчету по так называемому методу линии влияния

§ 1.1. Сущность метода линий влияния

Метод линий влияния основан на использовании принципа независимости действия сил, согласно которому каждая из сил, действующих на упругое тело, создает определенный, соответствующий данной силе эффект вне зависимости от действия других сил на то же тело. Таким образом, суммарный эффект от действия системы сил равен сумме результатов от действия каждой из сил.

Линией влияния называется график, изображающий зависимость изучаемой величины (опорной реакции, изгибающего момента и т. п.), возникающей в каком-либо месте (сечении) соору-

жения, от положения единичного груза постоянного направления. Имея такую линию влияния, можно, пользуясь принципом независимости действия сил, определить значение, получающееся от действия любой системы сил. Практическое значение метода линий влияния, кроме того, заключается и в том, что представляется возможным расположить подвижные грузы на конструкции так, чтобы в рассматриваемом поперечном сечении элемента возникли наибольшие значения определяемых величин. Линии влияния строятся статическим (см. §§ 1.2 и 1.3) и кинематическим методами (см. § 1.4).

§ 1.2. Линии влияния реакций, перерезывающих сил и изгибающих моментов

Линии влияния опорных реакций. Пусть на балке ab (рис. 1.1, a) перемещается единичный груз P . Предположим, что груз в данный момент находится на расстоянии x от опоры a . Из уравнения моментов всех сил относительно опоры b находим:

$$Al - P(l - x) = 0 \text{ и } A = 1(l - x)/l. \quad (1.1)$$

Поскольку переменная x входит в уравнение в первой степени, линия влияния опорной реакции A (рис. 1.1, b) будет изменяться по линейному закону $(l - x)/l$ и для ее нахождения требуются две ординаты: $A = 1$ при $x = 0$ и $A = 0$ при $x = l$. Аналогично может быть построена линия влияния и для опорной реакции B (рис. 1.1, $в$), причем $B = 1x/l$: при $x = 0$ $B = 0$; при $x = l$ $B = 1$. Опорные реакции, направленные вверх, считаем положительными, а вниз — отрицательными.

Линия влияния изгибающего момента. Для сечения k балки ab (рис. 1.2, a), находящегося на расстоянии a_k от левой опоры и b_k от правой опоры, линия влияния изгибающего момента представлена на рис. 1.2, $б$. Пока единичный груз P находится правее сечения k , левее сечения из внешних сил имеется только опорная реакция A , и момент в сечении k равен

$$M_k = Aa_k, \quad (1.2)$$

где A определяется по формуле (1.1) и при $x = 0$ $M_k = 1a_k$, а при $x = l$ $M_k = 0$. По этому уравнению строится правая ветвь линии влияния, где находится единичный груз P . При нахождении единичного груза левее сечения k удобнее рассматривать правую часть балки, так как из внешних сил в правой части остается одна опорная реакция B и $M_k = Bb_k$, где $B = 1x/l$ и при $x = 0$ $M_k = 0$, а при $x = l$ $M_k = 1b_k$. По этим данным строится левая ветвь линии влияния. Как видно, обе ветви линии влияния пересекаются под сечением k и ордината линии влияния равна a_kb_k/l . При определении знака линии влияния будем считать момент положительным, если он вызывает растяжение в нижнем волокне. Положительные значения ординат линии влияния изгибающих моментов будем откладывать со стороны растянутого волокна.

Это удобно и годится как для балок, так и для рам. Необходимо подчеркнуть различие между линиями влияния и эпюрами изгибающих моментов при наличии их внешнего сходства. Линия влияния всегда строится для определенного сечения при перемещающейся нагрузке, а эпюра изгибающих моментов — для всех сечений при неподвижной нагрузке.

Линия влияния поперечной силы Q_K . Для сечения k балки ab линия влияния Q_K представлена на рис. 1.2, в. При этом Q_K будет положительной, если внутренние силы в сечении k стремятся вращать отдельные части балки относительно ее опор по часовой стрелке. В противном случае Q_K будет отрицательной (рис. 1.2, г).

Следует отметить, что при определении реакций опор и перерезывающих сил ординаты линий влияния являются без-

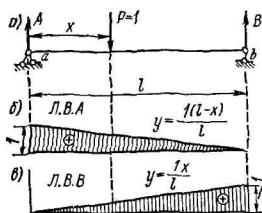


Рис. 1.1. Линии влияния опорных реакций простой балки

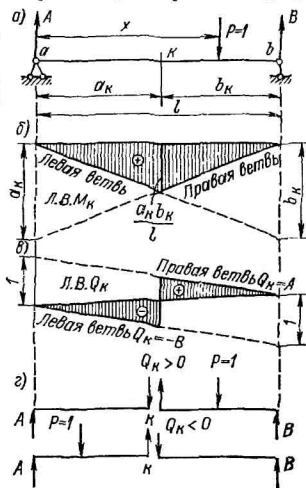


Рис. 1.2. Линии влияния M_K и Q_K в данном сечении простой балки

размерными величинами, а при определении изгибающих моментов — имеют единицы измерения длины.

Линии влияния поперечных сил и изгибающих моментов для двухопорной балки с консолями. Примем за начало координат опору a (рис. 1.3, а). Абсциссы x примем положительными при расположении груза правее точки a и отрицательными — левее ее. Разделим значения опорных реакций A и B для характерных точек балки и построим линии влияния A и B (рис. 1.3, б, в). При $x = 0$ $A = 1$, $B = 0$; при $x = l$ $A = 0$, $B = 1$; при $x = -c_1$ $A = (l + c_1)/l$, $B = -c_1/l$; при $x = l + c_2$ $A = -c_2/l$, $B = (l + c_2)/l$.

Построим линии влияния поперечной силы Q в сечениях n , k и m балки (рис. 1.3, г, д, е). При расположении груза правее сечения n поперечная сила в сечении n равна нулю и линия влияния совпадает с осью абсцисс. При расположении груза левее

сечения n поперечная сила $Q_n = -1$ (рис. 1.3, $г$). Аналогично строится линия влияния и для сечения m (рис. 1.3, $д$). В сечении k (рис. 1.3, $е$), когда груз перемещается правее его, поперечная сила Q_k изменяется так же, как опорная реакция A , т. е. правая ветвь совпадает с линией влияния A . При перемещении груза

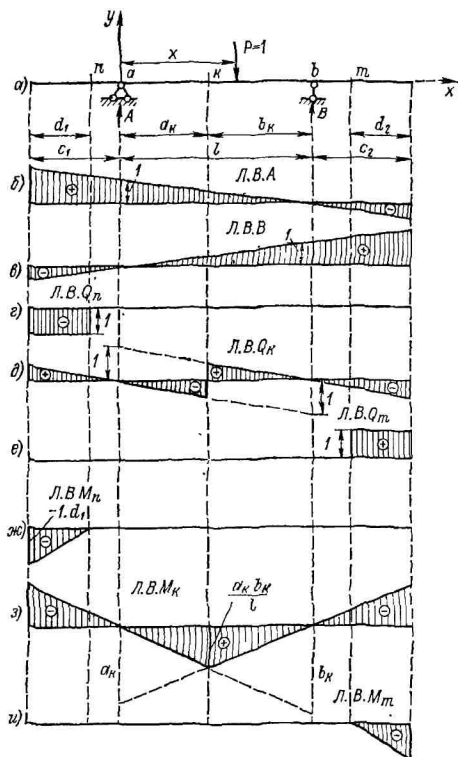


Рис. 1.3. Линии влияния опорных реакций, M и Q в заданных сечениях балки с консолями

справа сечения k поперечная сила изменяется аналогично опорной реакции B , но с ординатами противоположного знака (рис. 1.3, $д$).

Линия влияния изгибающего момента в сечении n (рис. 1.3, $ж$) при расположении груза справа от сечения совпадает с осью абсцисс. При положении груза слева от сечения n на расстоянии d_1 $M_n = -1d_1$. Линия влияния изгибающего момента в сечении k

показана на рис. 1.3, з. При положении груза справа от сечения κ $M_{\kappa} = Aa_{\kappa}$, а при положении груза слева от сечения κ $M_{\kappa} = Bb_{\kappa}$. Следовательно, линия влияния изгибающих моментов для всех сечений, находящихся в пролете, может быть получена из линии

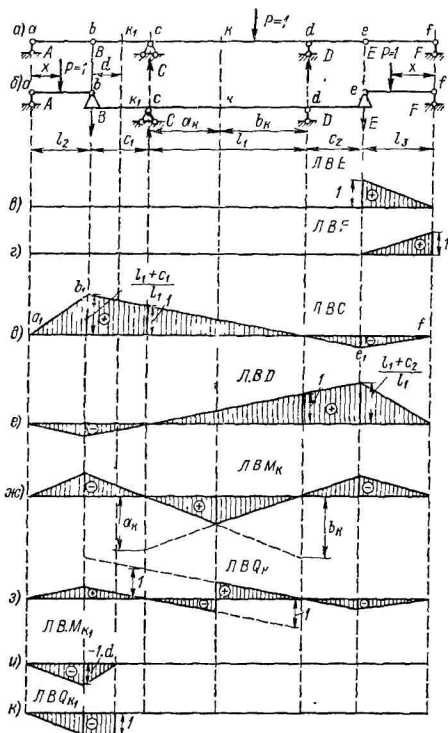


Рис. 1.4. Линии влияния опорных реакций, M и Q в заданных сечениях многоопорной (шарнирной) статически определимой балки

влияния опорных реакций путем умножения их на расстояния от опор до сечения (a_{κ} и b_{κ}). Линия влияния изгибающего момента в сечении m (рис. 1.3, и) будет аналогична линии влияния, построенной для сечения n на левой консоли.

Линии влияния для шарнирной балки (рис. 1.4, а). Эти линии строятся для основных и опирающихся на них вспомогательных балок.

Следует иметь в виду, что груз, расположенный на вспомогательной балке, влияет на основную балку а расположение груза на основной балке не оказывает влияния на вспомогательные балки (рис. 1.4, б). В нашем случае основной является двухконсольная балка b, c, d, e , которая поддерживает две вспомогательные простые балки ab и ef .

Когда груз перемещается по вспомогательной балке ef , линии влияния опорных реакций E и F имеют такой же вид, как и для простой балки (рис. 1.4, в, г). При расположении груза на основной балке опорные реакции E и F равны нулю. Линии влияния опорных реакций C и D при перемещении груза по основной балке такие же, как и для двухконсольной балки (рис. 1.4, д, е). Когда же груз расположен на вспомогательных балках ef и ab , то опорные реакции C и D изменяются в зависимости от давлений E и B груза в шарнирах e и b . При этом C равно $(l_1 + c_1)/l_1$, а D равно $(l_1 + c_2)/l_1$. При грузе на подвесной балке ef воздействие на главную балку выразится опорным давлением $E = 1x/l_3$, а давление в шарнире b будет $B = 1x/l_2$.

Линия влияния момента в сечении k определится так же, как и для двухконсольной балки (рис. 1.4, ж). При положении единичного груза P правее сечения k $M_k = Ca_k$. При положении груза левее сечения k $M_k = Db_k$. По этим данным построена линия влияния M_k (правая и левая ветви) в пределах основной балки. При движении груза по вспомогательным балкам ef и ab его воздействие будет передаваться на основную балку через давления в шарнирах E и B .

Линия влияния поперечной силы Q_k в сечении k приведена на рис. 1.4, з. При движении груза правее сечения k поперечная сила $Q_k = C$, а когда единичный груз P движется левее сечения k , $Q_k = -D$. Следовательно, когда единичный груз P находится правее сечения k , линия влияния Q_k изменяется так же, как и линия влияния опорной реакции C . Когда же единичный груз P перемещается левее сечения k , то линия влияния Q_k изменяется так же, как и линия влияния опорной реакции D , но взятой с обратным знаком (рис. 1.4, з).

Линии влияния M_{k1} и Q_{k1} в сечении k_1 (на консоли основной балки) приведены на рис. 1.4, и—к. При движении единичного груза P по основной балке, когда груз расположен правее сечения k_1 , $M_{k1} = 0$. При положении груза левее сечения k_1 на расстоянии d $M_{k1} = -ld$. При движении груза по вспомогательной балке ab M_k зависит от изменения давления в шарнире b .

Так как $B = x/l_2$; $M_{k1} = -xd/l_2$; при $x = 0$ $M_{k1} = 0$; при $x = l_2$ $M_{k1} = -d$ (рис. 1.4, и).

При движении груза справа от сечения k_1 $Q_{k1} = 0$, а при движении груза левее сечения по консоли основной балки $Q_{k1} = -1$. При движении груза по подвесной балке ab линия влияния Q_{k1} изменяется по линейному закону от значения $Q_{k1} = -1$ на конце консоли до нуля над опорной реакцией A (рис. 1.4, к).

§ 1.3. Линии влияния при узловой передаче нагрузки

В конструкциях встречаются случаи, когда подвижная нагрузка передается на главную балку только в определенных местах (узлах) посредством других балок (см. гл. 3). Нагрузка в этом случае приложена к вспомогательным однопролетным балкам 1—2, 2—3, 3—4 и т. д., а главной балкой она воспринимается через поперечные балочки 1—6 (рис. 1.5, а).

На величину опорных реакций A и B главной балки (рис. 1.5, а) узловая передача нагрузки влияния не оказывает. Линии влияния для поперечных сил и изгибающих моментов в сечениях,

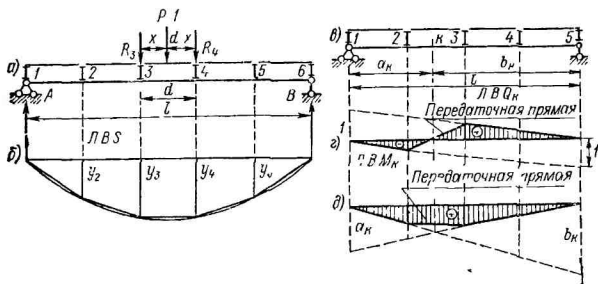


Рис. 1.5. Линии влияния Q_K и M_K в заданном сечении при узловой передаче нагрузки

совпадающих с узлами, будут такими же, как и при непосредственной передаче нагрузки на главную балку. Когда же единственный груз P находится в пределах, например, панели 3—4, то воздействие его на главную балку передается в узлах 3 и 4 в виде опорных давлений $R_3 = (ld - x)/d$ и $R_4 = lx/d$ от вспомогательной балки, где d — длина панели 3—4. Величина S (изгибающий момент, поперечная сила), вызываемая единственным грузом P от действия на главную балку в узлах сил R_3 и R_4 (рис. 1.5, а, б), равна

$$S = R_3 y_3 + R_4 y_4 = (d - x) y_3 / d + x y_4 / d, \quad (1.3)$$

где y_3 и y_4 — ординаты линии влияния под узлами 3 и 4 (рис. 1.5, б).

Полученное выражение для S представляет собой уравнение прямой, соединяющей концы ординат y_3 и y_4 , при $x = 0$ $S = y_3$; при $x = d$ $S = y_4$. Следовательно, линия влияния S для главной балки при движении единичного груза между узлами есть прямая, соединяющая вершины узловых ординат y_3 и y_4 . Эта прямая называется передаточной прямой. Если единственный груз P будет находиться в пределах других панелей, для величины S получим аналогичное выражение. Поэтому линии влияния при узловой передаче нагрузки строятся следующим путем. Сначала строят

линию влияния без учета узлов, как при непосредственной передаче нагрузки на главную балку (рис. 1.5, е); затем отмечают узловые ординаты расчлененной панели и вершины их соединяют передаточной прямой. На рис. 1.5, г, д показаны в качестве примера линии влияния поперечной силы Q_k и изгибающего момента M_k в сечении k двухопорной балки с узловой передачей нагрузки.

§ 1.4. Кинематический метод построения линий влияния

Этот метод основан на принципе возможных перемещений, согласно которому, если система твердых тел находится в состоянии равновесия, то сумма работ всех сил, действующих на систему, на всяком бесконечно малом возможном ее перемещении равна нулю.

Кинематический метод определения реакций связей основан на использовании законов равновесия изменяемых систем. В этом случае геометрически неизменяемая система путем устранения из нее необходимой связи, реакция которой определяется, обращается в систему с одной степенью свободы, или механизм. Реакция связи, которую необходимо определить, прикладывается к изменяемой системе как внешняя сила.

Если нужно построить, например, линию влияния опорной реакции балки, то необходимо отбросить данный опорный стержень и заменить его действие соответствующей силой. При построении линии влияния поперечной силы в сечение балки вводится ползун, а для замены нарушенных связей к концам сечений прикладываются две равные, но противоположно направленные сосредоточенные силы. Для построения линии влияния изгибающего момента в каком-либо сечении балки необходимо в это сечение ввести шарнир, а жесткое соединение соседних сечений компенсировать двумя равными, но противоположно направленными моментами.

Для линии влияния опорной реакции A двухопорной балки (рис. 1.6, а) на рис. 1.6, б действие отброшенной связи заменено силой A . Задаемся возможным перемещением в направлении действующей единичной силы (рис. 1.6, в). В связи с малым углом поворота перемещения точек A и P приложения сил перемещения можно принять в виде малых вертикальных отрезков прямых, перпендикулярных к оси балки. На основании принципа возможных перемещений сумма работ

$$P\delta_P - A\delta_A = 0, \quad (1.4)$$

откуда $A = P\delta_P/\delta_A$ и при $P = 1$ $A = \delta_P/\delta_A$. При движении единичного груза P по балке перемещение δ_P будет соответственно изменяться. Следовательно, искомая реакция A будет изменяться пропорционально δ_P , т. е. ординаты возможных малых перемещений будут представлять в некотором масштабе ординаты линии влияния опорной реакции A (рис. 1.6, г). При нахождении единичного груза P над опорой A $\delta_P = \delta_A$, и ордината линии влияния опорной реакции $A = \delta_P/\delta_A = 1$.

Для построения линии влияния изгибающего момента необходимо разрезать балку (рис. 1.7, а) в исследуемом сечении k , ввести в нее шарнир и дополнительно приложить два равных, но противоположно направленных момента M_k (рис. 1.7, б). Малые возможные перемещения в системе определяются поворотом левой части балки вокруг опорной точки a против часовой стрелки на угол $\beta = \delta_k/a_k$, а правой части — вокруг опорной точки b на угол $\alpha = \delta_k/b_k$ по направлению часовой стрелки. Возможное перемещение единичной силы определяется величиной y (рис. 1.7, в).

Согласно принципу возможных перемещений, сумма работ

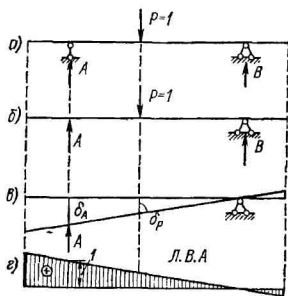


Рис. 1.6. Построение линии влияния опорной реакции кинематическим методом

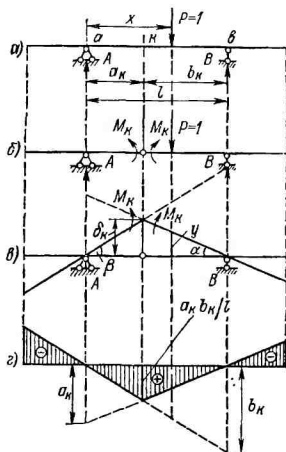


Рис. 1.7. Построение линии влияния M_k в заданном сечении кинематическим методом

на возможных перемещениях системы будет равна нулю, т. е. $M_k \delta_k/a_k + M_k \delta_k/b_k - Py = 0$, откуда при $P = 1$ $M_k = 1y a_k b_k / \delta_k l$.

Ординаты возможных перемещений y имеют размерность длины. При положении единичного груза P над сечением k $y = \delta_k$ и ордината линии влияния M над сечением k будет равна $a_k b_k / l$, т. е. ранее полученному результату. Линия влияния изгибающего момента M_k в сечении k приведена на рис. 1.7, г.

§ 1.5. Определение невыгоднейшего нагружения линий влияния

Пусть необходимо определить значение S от действия сосредоточенных грузов $P_1 - P_n$ (рис. 1.8, а) и кривая, показанная на рис. 1.8, б, есть линия влияния S . При действии груза P_1 $S = P_1 y_1$, при действии груза P_2 $S = P_2 y_2$ и т. д. Суммарное значение S при действии всех заданных грузов

$$S = P_1 y_1 + P_2 y_2 + P_3 y_3 + P_4 y_4 + \sum_{i=1}^{n-1} P_i y_i. \quad (1.5)$$

Определим теперь значение S , вызываемое действием равномерно распределенной нагрузки q (Н/м). Бесконечно малую часть нагрузки на длине dx можно принять как сосредоточенную, равную qdx (рис. 1.8, в). Пусть кривая на рис. 1.8, г представляет собой линию влияния искомого значения S . Суммарное значение от действия равномерно-распределенной нагрузки

$$S = \int_{x_1}^{x_2} qy dx = q \int_{x_1}^{x_2} y dx. \quad (1.6)$$

Интеграл $\int_{x_1}^{x_2} y dx$ есть площадь, ограниченная линией влияния загруженного участка. Обозначая ее ω , получим

$$S = q\omega. \quad (1.7)$$

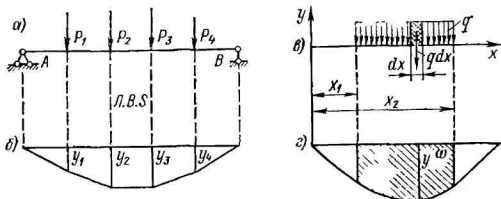


Рис. 1.8. Загружение линий влияния сосредоточенными грузами и распределенной нагрузкой

Необходимо указать, что для прямолинейного участка линии влияния (рис. 1.9) вычисление $S = \sum_{i=1}^{i=n} P_i y_i$ может быть заменено умножением равнодействующей R данной системы сил на ординату y_0 линии влияния, соответствующую R . Так как момент равнодействующей системы сил относительно точки 0 равен сумме моментов всех составляющих сил относительно той же точки, то

$$Rx_0 = \sum_{i=1}^{i=n} P_i x_i = P_1 x_1 + P_2 x_2 + P_3 x_3 + P_4 x_4,$$

где $x_0 = y_0 \operatorname{ctg} \alpha$, $x_1 = y_1 \operatorname{ctg} \alpha$ и т. д., откуда $Ry_0 \operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{ctg} \alpha \sum_{i=1}^{i=n} P_i y_i$, или $Ry_0 = \sum_{i=1}^{i=n} P_i y_i$.

При определении невыгоднейшего нагружения линии влияния, т. е. когда искомая величина S имеет наибольшее значение, ограничимся рассмотрением наиболее распространенного случая, когда линия влияния имеет треугольное очертание.

Пусть имеются система связанных сосредоточенных грузов $P_1 - P_n$, действующих на балку (рис. 1.10, а), и соответствующая линия влияния исследуемой величины S (рис. 1.10, б). Равно-

действующие грузов, расположенных в пределах левой и правой ветвей линии влияния, обозначим соответственно через P_n и P_{II} , а ординаты линии влияния под этими грузами — y_n и y_{II} (рис. 1.10, а, б). Искомое значение S будет равно $S = P_n y_{nI} + P_{II} y_{II}$. Чтобы найти максимальное его значение, составим производную от S по абсциссе x $dS/dx = P_n dy_n/dx + P_{II} dy_{II}/dx$. Поскольку для левого участка $dy_n/dx = \operatorname{tg} \alpha$, а для правого — $dy_{II}/dx = -\operatorname{tg} \beta$,

$$dS/dx = P_n \operatorname{tg} \alpha - P_{II} \operatorname{tg} \beta. \quad (1.8)$$

Для нахождения максимального значения S приравнять производную, т. е. угол наклона касательной, к нулю нельзя, так как функция в сечении k не непрерывна, а имеет излом. Так как значение производной функции для ее максимума в

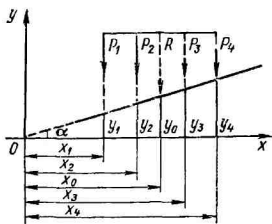


Рис. 1.9. Замена системы грузов их равнодействующей при загрузении линии влияния

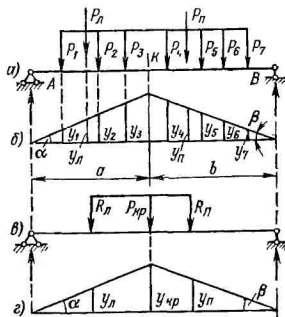


Рис. 1.10. Определение невыгоднейшего нагружения линии влияния системой связанных грузов

сечении k при движении грузов должно менять знак, то знак изменится лишь в том случае, когда один из грузов, оказавшийся над вершиной линии влияния, перейдет из одной части балки на другую. Такой груз, расположенный над вершиной линии влияния, называется критическим грузом $P_{кр}$.

Пусть кроме груза $P_{кр}$ равнодействующие грузов слева и справа от сечения k обозначены R_n и R_{II} (рис. 1.10, в). Если система грузов получит бесконечно малое перемещение влево, то производная $dS/dx > 0$, так как критический груз причисляется к силам R_n , поэтому $dS/dx = (R_n + P_{кр}) \operatorname{tg} \alpha - R_{II} \operatorname{tg} \beta > 0$.

При бесконечно малом смещении системы грузов вправо производная $dS/dx < 0$, так как критический груз причисляется к силам R_{II} . Поэтому $dS/dx = R_n \operatorname{tg} \alpha - (R_{II} + P_{кр}) \operatorname{tg} \beta < 0$.

Подставив в эти уравнения $\operatorname{tg} \alpha = y_{кр}/a$ и $\operatorname{tg} \beta = y_{кр}/b$, где $y_{кр}$ — координата линии влияния над ее вершиной (рис. 1.10, г), получим два неравенства:

$$(R_n + P_{кр})/a > R_{II}/b \quad \text{и} \quad R_n/a < (R_{II} + P_{кр})/b. \quad (1.9)$$

Конечно, эти неравенства применимы при условии, что ни один из грузов не сходит с балки. В случае сплошной распределенной нагрузки опасным положением будет то, при котором средние нагрузки на левом и правом участках балки равны, г. е. $R_{\text{л}}/a = R_{\text{п}}/b$.

Критический груз может быть найден путем простейшего графического построения. Пусть дана балка, загруженная системой сосредоточенных грузов $P_1 - P_5$ (рис. 1.11, а). Линия влияния S в сечении k показана на рис. 1.11, б. Отложим на перпендикуляре к оси балки в точке d в определенном масштабе величины грузов в последовательности их расположения на балке. Соединим конец линии в точке b с концом последнего груза P_5 (точка c). Затем проведем линию из точки k , параллельную линии bc , до пересечения с отложенными силами (точка e). Критическим окажется тот груз, который будет пересечен этой линией P_3 , так как при этом удовлетворяются условия (1.9), поскольку треугольники dbc и dke подобны. Если точка e совпадает с границей каких-нибудь двух сил, то обе эти силы являются критическими и при движении грузов от одной критической силы до другой значение S_{max} не изменится.

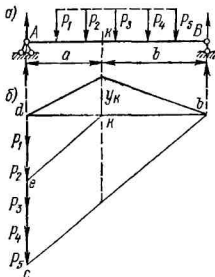


Рис. 1.11. Графическое определение критического груза

§ 1.6. Определение наибольшего изгибающего момента в двухопорной балке от действия ходовых колес тележки

При расчете крановых балок, подверженных воздействию подвижных связанных грузов (ходовых колес тележки), необходимо найти то сечение балки, которому соответствует максимальный изгибающий момент. Известно, что это сечение будет под одним из сосредоточенных грузов. Определим, например, как следует расположить четырехколесную крановую тележку, чтобы получить наибольший изгибающий момент (рис. 1.12, а).

Пусть на балку действуют силы P_1 , P_2 и $R = P_1 + P_2$. При этом $P_1 > P_2$. Левая опорная реакция A будет равна $A = R(l - x - a_1)/l$, а изгибающий момент под силой P_1 —

$$M_{1x} = Ax = R(l - x - a_1)x/l. \quad (1.10)$$

Для определения координаты x , соответствующей максимальному значению изгибающего момента, производную от этого выражения по x приравняем нулю. Тогда $dM_{1x}/dx = R(l - 2x_1 - a_1)/l = 0$, откуда $x_1 = (l - a_1)/2$, а

$$M_{1\text{max}} = R(l - a_1)^2/4l. \quad (1.11)$$

Выражение (1.10) представляет собой уравнение параболы, которая действительна до точки c , что соответствует положению тележки, когда колесо 2 находится над опорой (рис. 1.12, б). Нулевые точки параболы определяются из уравнения $M_{1x} = R(l - x_0 - a_1)x_0/l = 0$, откуда $x_0 = 0$ и $x_0 = l - a_1$.

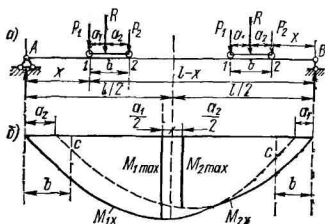


Рис. 1.12. Значения максимальных изгибающих моментов при двух подвижных грузах на простой балке

Для определения максимального изгибающего момента под колесом 2 тележки возьмем ее положение, при котором колесо 2 располагается на расстоянии x от правой опоры B . В этом случае опорная реакция B будет равна $B = R(l - x - a_2)/l$, а изгибающий момент под вторым колесом $M_{2x} = R(l - x - a_2)x/l$; для определения M_{2max} возьмем производную по x и приравняем ее нулю.

Тогда $dM_{2x}/dx = R(l - 2x_2 - a_2)/l = 0$, откуда $x_2 = (l - a_2)/2$, а максимальный изгибающий момент под силой P_2

$$M_{2max} = R(l - a_2)^2/4l. \quad (1.12)$$

Нулевые точки параболы M_{2x} $x_0 = 0$, $x_0 = l - a_2$. На рис. 1.12, б сплошной линией показаны расчетные значения максимальных изгибающих моментов для балки, что соответствует значениям огибающей M_{max} при движении тележки по балке для различных ее сечений. При $P_1 = P_2$ и $a_1 = a_2 = b/2$ $a_1/2 = a_2/2 = b/4$.

Глава 2

ФЕРМЫ С НЕПОДВИЖНОЙ НАГРУЗКОЙ

Фермой называется система, состоящая из отдельных, обычно прямолинейных, стержней, соединенных между собой в узлы при помощи сварки или болтов и заклепок, т. е. жестко. Поэтому в стержнях ферм кроме осевых усилий появляются дополнительные изгибающие моменты от жесткости узлов, которые в крановых фермах малы и обычно не учитываются, а узлы условно рассматриваются как шарнирные без трения. Работа конструкций показывает, что такая замена, как правило, допустима.

Стержневые системы разделяются на плоские, в которых оси всех стержней и линии действия внешних сил лежат в одной плоскости, и пространственные, в которых это условие не соблюдено.

§ 2.1. Способы образования ферм и условия их геометрической неизменяемости и статической определимости

По способу образования фермы геометрически неизменяемы, а относительные перемещения соединенных между собой элементов происходят только за счет деформации материала.

Вследствие того что упругие деформации элементов очень малы по сравнению с их размерами, принимается, что точки приложения и направления действующих сил на геометрически неизменяемую систему остаются постоянными. Такое допущение позволяет применять в расчетах принцип независимости действия сил.

Простейшим примером геометрически неизменяемой системы может служить шарнирный треугольник abc (рис. 2.1, а), к кото-

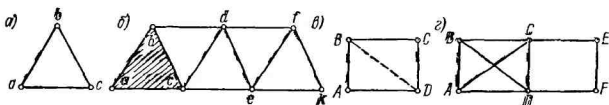


Рис. 2.1. Схемы образования ферм

рому можно присоединить еще ряд треугольников, причем для образования каждого последующего узла нужно не менее двух стержней, оси которых не лежат на одной прямой. Заметим, что за основной может быть принят любой шарнирный треугольник фермы (рис. 2.1, б).

Установим зависимость между числом узлов и числом стержней, необходимых для образования простейшей геометрически неизменяемой фермы, обозначив $У$ — число узлов, а $С$ — число стержней. Если учесть число стержней и узлов, которые потребовались на первый треугольник (три стержня и три узла), то общее число стержней будет

$$C = 3 + (У - 3) 2 = 2У - 3. \quad (2.1)$$

Если число стержней $C < 2У - 3$, то это показывает, что ферма в своем составе не имеет минимального числа стержней, необходимого для образования геометрически неизменяемой системы. Примером может служить геометрически изменяемый шарнирный прямоугольник $ABCD$, в котором недостает одного стержня. Для устранения геометрической изменчивости в шарнирный прямоугольник необходимо ввести еще один стержень, например диагональ BD (рис. 2.1, в).

Чтобы убедиться в геометрической неизменяемости фермы, нужно не только подсчитать необходимое число стержней (2.1), но и проверить структуру образования фермы, а также характер ее опор. Следует заметить, что соотношение $C = 2У - 3$ является необходимым, но недостаточным условием. Например, на рис. 2.1, г

представлена геометрически изменяемая ферма, хотя условие (2.1) выполнено. Геометрическая изменяемость определяется нарушением структуры образования, так как в ее составе имеется геометрически изменяемый шарнирный прямоугольник $CDFE$. Следовательно, нужно проверить, чтобы ферма была правильно образована, т. е. состояла из шарнирных треугольников. Кроме того, надо, чтобы ферма была правильно закреплена опорными устройствами, которые могут быть как неподвижными, так и подвижными.

§ 2.2. Методы определения усилий в стержнях плоских ферм

В кранах применяются обычно двухопорные фермы с консолями и без консолей, с прямолинейными или ломаными очертаниями поясов. Системы применяемых решеток ферм рассмотрены в § 15.1. Определение усилий в стержнях ферм может производиться аналитическим и графическим способами.

Аналитические способы расчета обычно начинаются с нахождения опорных реакций, для определения которых используются три уравнения равновесия для всей системы в целом. При определении усилий в стержнях выделяют сечениями отдельные части фермы или узлы ферм, а затем рассматривают условия их равновесия под действием внешних сил и усилий в рассеченных стержнях. Рассечение следует производить так, чтобы максимально упростить расчет и по возможности устранить совместное решение системы уравнений с несколькими неизвестными. Наиболее рационально проводить сечение так, чтобы в каждое уравнение вошло только одно определяемое неизвестное.

Перед тем как приступить к определению усилий в стержнях, необходимо предварительно исключить нулевые стержни, если они есть в ферме, т. е. стержни, в которых усилия заведомо равны нулю (см. § 15.1). На рис. 2.2 показаны примеры определения нулевых стержней. Если в двухстержневом узле (рис. 2.2, а) нагрузка к узлу не приложена, то оба стержня N_1 и N_2 нулевые. Если в двухстержневом узле (рис. 2.2, б) нагрузка приложена по направлению одного из стержней, то усилие в нем будет равно действующей силе ($N_1 = -P$), а усилие во втором стержне будет равно нулю. В ненагруженном трехстержневом узле (рис. 2.2, в), в котором два стержня расположены по одной прямой, а третий — под углом к ним, усилия в первых двух стержнях равны между собой ($N_1 = N_2$), а усилие в третьем стержне равно нулю ($N_3 = 0$).

При расчете плоских ферм, состоящих из малого количества стержней, все усилия в них можно определить *способом вырезания узлов*. Этот способ также применяется в тех случаях, когда в ферме надо определить усилие только в одном или нескольких стержнях. Способ основан на рассмотрении отсеченных узлов, находящихся в равновесии под действием внешних сил, и усилий в рассеченных стержнях. Для простых ферм, которые образованы из шарнирных

треугольников, вырезание узлов может производиться в той же последовательности, в которой производилось образование фермы. В этом случае в каждом вновь вырезанном узле будет не более двух неизвестных, которые легко могут быть определены с помощью проекций всех сил на две произвольные оси. Вначале предполагается, что все стержни растянуты, т. е. силы направлены от узла. Если в результате решения уравнения искомое усилие окажется со знаком минус, то стержень будет сжат (усилие направлено к узлу).

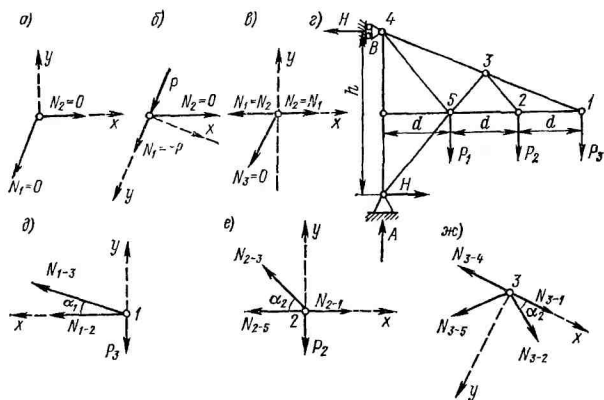


Рис. 2.2. Примеры определения нулевых стержней и усилий в стержнях ферм способом вырезания узлов

Рассмотрим способ вырезания узлов на примере простейшей фермы консольного крана (рис. 2.2, г). Сначала определяются опорные реакции H и A . Далее вырезаем узел 1, где сходятся два стержня (рис. 2.2, д), и из условия $N_{1-3} \sin \alpha_1 - P_3 = 0$ $N_{1-3} = P_3 / \sin \alpha_1$, а из условия $N_{1-2} + N_{1-3} \cos \alpha_1 = 0$ $N_{1-2} = -P_3 \operatorname{ctg} \alpha_1$. Затем вырежем узел 2, где сходятся три стержня, но неизвестных только два (рис. 2.2, е), и соответственно $N_{2-3} \sin \alpha_2 - P_2 = 0$ и $N_{2-3} = P_2 / \sin \alpha_2$, а из условия $N_{2-3} \cos \alpha_2 - N_{2-5} + N_{2-1} = 0$ $N_{2-5} = -P_2 \sin \alpha_2 - P_3 \operatorname{ctg} \alpha_1$. Знак минус показывает, что стержень N_{2-5} сжат (усилие направлено к узлу 2). Затем переходим к узлу 3, где сходятся четыре стержня, но усилия в двух из них уже найдены (рис. 2.2, ж). Последовательно вырезая узлы, определяем усилия во всех остальных стержнях, в том числе и опорных. Способ вырезания узлов имеет тот недостаток, что ошибка, допущенная при определении усилия в каком-либо стержне, существенно может повлиять на точность определения усилий в последующих стержнях.

Способ сквозных сечений (способ Риттера) применяется, когда ферму можно рассечь на две части и при этом усилия в рассеченных стержнях могут определяться из одного уравнения, например, при сечении $I—I$ на рис. 2.3, а относительно узлов 2 и 3 или при сечении $II—II$ (рис. 2.3, в) относительно узлов а и с, когда усилия в поясах определяются из уравнений моментов для отсеченной части.

Рассмотрим определение усилий в трех стержнях фермы мостового крана (рис. 2.3, а, б). Для сечения $I—I$ условия равновесия запишутся в следующем виде: для определения N_{1-2} $\sum M_3 = A2d - Pd + N_{1-2}h = 0$, откуда $N_{1-2} = Pd/h - A2d/h = -5Pd/h$;

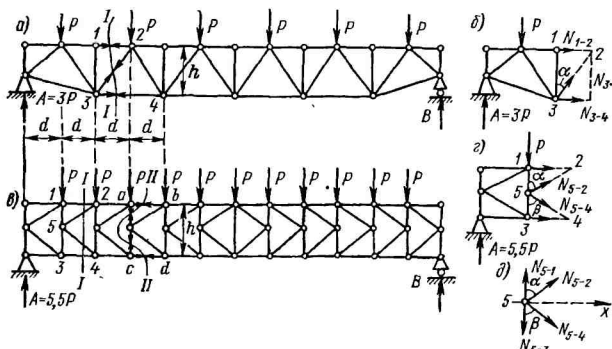


Рис. 2.3. Определение усилий в стержнях ферм способом сечений

для определения N_{3-4} $\sum M_2 = A3d - P2d - N_{3-4}h = 0$, откуда $N_{3-4} = 7Pd/h$; для определения N_{3-2} $\sum Y = A - P + N_{3-2} \times \cos \alpha = 0$, откуда $N_{3-2} = -2P/\cos \alpha$.

Способ совместных сечений применяется в том случае, когда нельзя провести такое сечение, чтобы неизвестное усилие можно было определить из одного уравнения. Для примера рассмотрим определение усилий в раскосах полураскосной фермы (рис. 2.3, в). Для определения усилий N_{5-2} и N_{5-4} необходимо провести сечение $I—I$, и из условий равновесия левой отсеченной части фермы (рис. 2.3, в) $\sum Y = A - P + N_{5-2} \cos \alpha - N_{5-4} \cos \beta = 0$. Затем нужно вырезать узел 5, и из условия его равновесия (рис. 2.3, д) $\sum X = N_{5-2} \sin \alpha + N_{5-4} \sin \beta = 0$. Эти два уравнения позволяют определить усилия в раскосах N_{5-2} и N_{5-4} полураскосной фермы.

Графический способ расчета заключается в построении диаграммы Максвелла — Кремоны, из которой определяются усилия во всех стержнях фермы. Вначале строится многоугольник внешних сил, который должен быть замкнут, а потом усилия в стержнях

определяются графически из условий равновесия сил в отдельных узлах.

Поскольку узлы под действием внешних сил и усилий в прилегающих стержнях находятся в равновесии, для каждого из них можно построить замкнутый многоугольник сил. Если совместная диаграмма всех усилий получается незамкнутой, это указывает на ошибку в ее построении. Такое свойство диаграммы весьма положительно.

Рассмотрим построение диаграммы усилий на примере фермы настенно-поворотного крана (рис. 2.4, а). Узлы этой фермы из-за конструктивных соображений не совпадают с опорными узлами. Поэтому внеузловую нагрузку H необходимо разнести по узлам a и d , соблюдая для нахождения $H_1 = Hh/h_1$ законы статики. Аналогично следует поступить с силой Q , заменив ее силами P_1 и P_2 (см. § 2.3).

Перед построением диаграммы для обозначения действующих сил и усилий в стержнях намечаются соответствующие поля (буквами или цифрами). Например, при обходе узлов по часовой стрелке силы и усилия в стержнях будут обозначаться так: сила P_1 как 4—1, усилие в стержне bc как 5—1, а в стержне ab как 5—4 и т. д.

Построение начинается с того узла, где сходятся не более двух стержней, обходя узел по часовой стрелке (рис. 2.4, б).

В произвольной точке чертежа откладываем в масштабе силу P_1 (4—1), сохраняя ее направление. Далее из точки 1 проводим линию, параллельную стержню cb , а из начала силы P_1 (точка 4) — линию, параллельную стержню ab . Стержни пересекутся в точке 5. Образованные отрезки прямых 5—1 и 5—4 и определяют соответственно принятому масштабу сил усилия в стержнях cb и ab . Усилие N_{5-1} направлено к узлу (стержень сжат), а усилие N_{5-4} — от узла (стержень растянут). Переходим далее к узлу c . Огложим усилие в стержне 5—1, из конца усилия 5—1 проведем прямую, параллельную стержню dc , из начала усилия 5—1 (точка 5) — линию, параллельную стержню ac . Точка пересечения 6 и определит усилия N_{1-6} и N_{6-5} . Из рассмотрения узла d найдем таким же путем усилие в стержне N_{2-6} . Стержень ab , испытывающий при движении тележки внеузловую нагрузку, рассчитывается как на поперечный изгиб, так и на действие продольной силы. Аналогично поперечный изгиб учитывается на концах стержня ad длиной $(h - h_1)/2$.

Определение усилий с помощью диаграммы Максвелла — Кремоны рационально производить тогда, когда надо определять

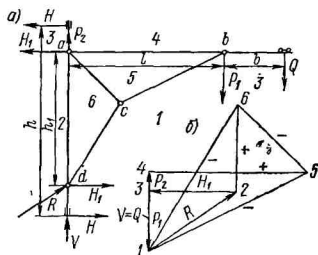


Рис. 2.4. Определение усилий в стержнях крановой фермы при внеузловой нагрузке

усилия во всех стержнях фермы, особенно если количество стержней фермы велико. При этом возможно также использование ЭВМ.

§ 2.3. Особенности расчета ферм при нагружении внеузловой нагрузкой от натяжений канатов

При определении усилий в стержнях ферм внешние силы должны быть приложены к узлам. Если силы приложены к стержням фермы между узлами, то в стержнях возникают не только продольные усилия, но и изгибающие моменты. При этом для определения продольных усилий в стержнях внеузловую нагрузку надо заменить узловой, соблюдая законы статики (рис. 2.4, а).

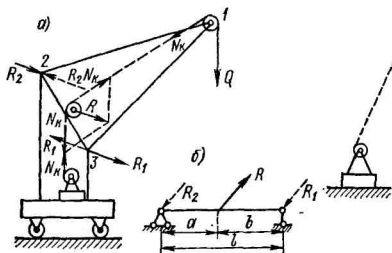


Рис. 2.5. Определение усилий в стержнях крановой фермы с учетом натяжения канатов

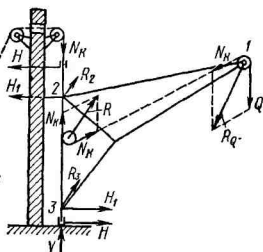


Рис. 2.6. Определение усилий в стержнях крановой фермы при расположении подъемной лебедки вне крана

Рассмотрим ферму передвижного стрелового крана (рис. 2.5, а). В этой ферме к стержню 2—3 приложена сосредоточенная внеузловая нагрузка в виде равнодействующей R от натяжения канатов механизма подъема, которая должна быть заменена узловыми нагрузками R_1 и R_2 , параллельными равнодействующей R и равными соответственно Ra/l и Rb/l (рис. 2.5, б). Стержень 2—3 рассматривается на поперечный изгиб и продольное усилие. Поскольку лебедка механизма подъема расположена на кране, усилия в канатах, вызывая усилия в стержнях конструкции, не влияют на ее опорные реакции.

Натяжения в канатах могут влиять и на величину опорных реакций. В примере (рис. 2.6) лебедка механизма подъема закреплена вне конструкции, и поэтому вертикальная опорная реакция V будет уменьшена на величину усилия в канате N_K . Натяжение каната принимается там, где канат сходит с последнего блока, связанного с конструкцией.

ФЕРМЫ С ПОДВИЖНОЙ НАГРУЗКОЙ

При расчете ферм на подвижную нагрузку пользуются теми же способами определения усилий в стержнях, что и при неподвижной нагрузке (способы сечений, вырезания узлов и др.). Следует иметь в виду, что в фермах мы имеем случай узловой передачи нагрузки. Кроме того, для некоторых ферм мостового типа с параллельными поясами подвижная нагрузка может перемещаться как по верхнему, так и по нижнему поясу.

Линия влияния усилия в каком-либо стержне фермы представляет собой графическое изображение закона изменения этого усилия при перемещении по ферме единичного груза, поэтому для построения линии влияния следует выразить в общем виде изменение усилия в стержне в зависимости от положения единичного груза.

При определении усилий в стержнях ферм не делается никакого различия между начальной и деформированной фермами, так как деформации ничтожно малы по сравнению с основными размерами ферм (пролетом, высотой, длиной панелей и т. п.). В ферме, как обычно с прямыми стержнями длиной l и постоянного поперечного сечения F , от усилия N удлинение или укорочение стержня $\Delta l = Nl/EF$. В результате изменяется расстояние между узлами и у фермы возникает общая деформация. В крановых конструкциях в ряде случаев эта деформация имеет важное значение (см. главы 7, 10, 16 и 17). Определение перемещений ферм рассмотрено в гл. 5.

§ 3.1. Линии влияния усилий в стержнях типовых крановых ферм

Примеры линий влияния усилий в стержнях фермы с параллельными поясами и треугольной решеткой приведены на рис. 3.1. Построим линию влияния для трех стержней, рассеченных сечением $I—I$: N_{2-3} , N_{3-c} и N_{c-d} при движении груза по верхнему поясу.

Для усилия N_{2-3} моментная точка есть узел c . Когда единичный груз P движется правее от рассеченной панели, $\sum M_{c, л} = A2,5d + N_{2-3}h = 0$, откуда $N_{2-3} = -A2,5d/h$. Ординаты правой ветви линии влияния усилия N_{2-3} пропорциональны ординатам линии влияния опорной реакции A , но отличаются знаком и справедливы до узла 3. Когда единичный груз P движется слева от рассеченной панели, $\sum M_{c, п} = B3,5d + N_{2-3}h = 0$, откуда $N_{2-3} = -B3,5d/h$. Ординаты левой ветви линии влияния усилия N_{2-3} пропорциональны ординатам линии влияния опорной реакции B , но отличаются от них знаком. Линия влияния справедлива до узла 2. Ординаты линии влияния между узлами 2 и 3 определяются по условиям внеузловой нагрузки (см. § 1.3) и соединены прерывистой прямой (рис. 3.1, б).

Для усилия N_{c-d} моментной точкой будет узел 3. Когда единичный груз P находится правее узла 3, $\sum M_{3л} = A3d - N_{c-d}h = 0$, откуда $N_{c-d} = A3d/h$. Правая ветвь линии влияния усилия N_{c-d} изменяется аналогично опорной реакции A и справедлива до узла 3. Когда единичный груз P находится

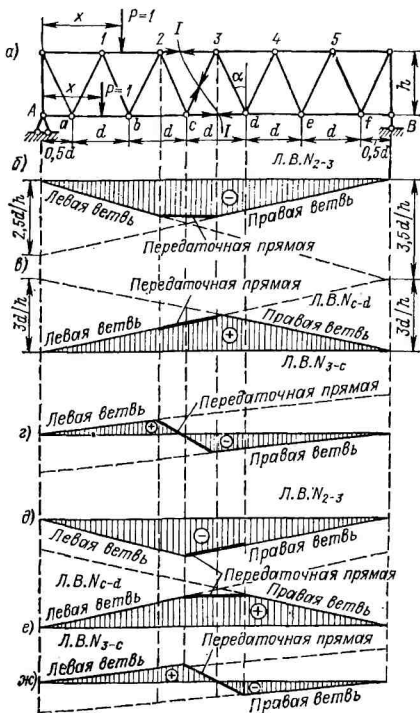


Рис. 3.1. Линии влияния усилий в стержнях мостовой фермы с параллельными поясами и треугольной решеткой

левее рассеченной панели, $\sum M_{3п} = B3d - N_{c-d}h = 0$, откуда $N_{c-d} = B3d/h$. Ординаты левой ветви линии влияния усилия N_{c-d} изменяются аналогично опорной реакции B и справедливы до узла 2. Передаточная прямая в этом случае, соединяющая ординаты линий влияния обеих ветвей в узлах 2 и 3, совпадает с левой прямой (рис. 3.1, в).

Для построения линии влияния усилия в раскосе N_{3-c} необходимо взять сумму сил справа или слева от рассеченной панели. Когда единичный груз P находится правее узла 3, $\sum Y_{\text{л}} = A + N_{3-c} \cos \alpha = 0$, откуда $N_{3-c} = -A/\cos \alpha$. Когда P левее узла 2, $\sum Y_{\text{пр}} = B - N_{3-c} \cos \alpha = 0$, откуда $N_{3-c} = B/\cos \alpha$. Передаточная прямая соединяет ординаты линий влияния обеих ветвей в узлах 2 и 3 (рис. 3.1, г). Аналогично построены линии влияния для усилий в тех же стержнях при езде груза по нижнему поясу (рис. 3.1, е, ж).

В тех случаях, когда требуется определить усилия от подвижной нагрузки во всех стержнях фермы, можно строить совмещенные линии влияния. На рис. 3.2, а показана ферма мостового крана и построены линии влияния для усилий в поясах (рис. 3.2, б), в раскосах (рис. 3.2, в, г) и стойках (рис. 3.2, д). Усилия в стержнях d_1 и n_5 определяются способом, представленным на рис. 3.3.

Примеры линий влияния усилий в стержнях фермы козлового крана приведены на рис. 3.3. Линии влияния опорных реакций A и B приведены на рис. 3.3, б, в. Для построения линий влияния усилий в опорных стержнях (рис. 3.3, г) необходимо вырезать опорный узел и рассмотреть его равновесие. При симметричном расположении стержней (угол α одинаковый) усилие в каждом из них будет равно $N_1 = -A/2 \cos \alpha$. Для построения линий влияния усилий в раскосе N_{1-2} (рис. 3.3, д) рассечем ферму сечением $I-I$ и рассмотрим условия равновесия левой ее части. При единичном грузе P , расположенном правее рассеченной панели, $\sum Y_{\text{л}} = N_{1-2} \cos \beta - N_1 \cos \alpha = 0$, поскольку $N_1 = -A/2 \cos \alpha$, получим $N_{1-2} = -A/2 \cos \beta$. Если единичный груз находится левее сечения, то $\sum Y_{\text{л}} = -N_1 \cos \alpha + N_{1-2} \cos \beta - 1 = 0$, откуда $N_{1-2} = 1/\cos \beta - A/2 \cos \beta$. Для построения линий влияния усилий в раскосе N_{1-3} рассечем ферму сечением $II-II$. Рассмотрим равновесие левой отсеченной части. Когда единичный груз находится правее рассеченной панели, $\sum Y_{\text{л}} = -N_{1-3} \cos \beta + N_1 \cos \alpha + A = 0$, откуда $N_{1-3} = A/2 \cos \beta$. Когда единичный груз находится левее сечения, то $\sum Y_{\text{л}} =$

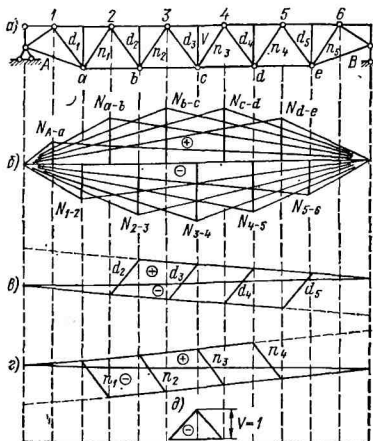


Рис. 3.2. Совмещенные линии влияния усилий в стержнях фермы для мостового крана

$= -N_{1-3} \cos \beta + N_1 \cos \alpha + A - 1 = 0$, откуда $N_{1-3} = -A/2 \cos \beta - 1/\cos \beta$. На рис. 3.3, а, з показаны линии влияния усилий в стержнях N_{4-2} и N_{4-6} . Ординаты линий влияния получены путем рассмотрения суммы моментов сил левой отсеченной части относительно моментных точек O и узла 2.

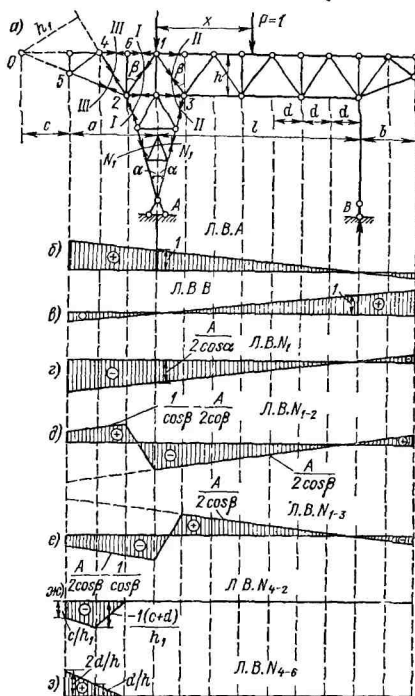


Рис. 3.3. Линии влияния усилий в стержнях фермы козлового крана

На рис. 3.4 приведены линии влияния усилий в стержнях фермы консольного крана. Для определения усилий N_{1-2} , N_{1-4} и N_{3-4} проведено сечение $I-I$. Усилие N_{1-2} определяется путем рассмотрения правой отсеченной части. При единичном грузе, расположенном слева от узла 1, $N_{1-2} = 0$; когда он находится справа от сечения, $\sum M_1 = -N_{1-2}h_2 + 1x = 0$, при $x = 2d$ $N_{1-2} = 2d/h_2$. Линия влияния усилия N_{1-2} построена на рис. 3.4, б. Линия влияния усилия в стержне N_{3-4} строится аналогично, за моментную точку выбирается узел 1. При грузе слева от узла 1

получаем $N_{3-4} = 0$, при грузе на конце фермы $N_{3-4} = 3d/h_1$ (рис. 3.4, в). Для построения линии влияния усилия N_{1-4} за моментную точку следует принять линию пересечения поясов в точке O . При грузе слева от узла 1 $N_{1-4} = 0$, при грузе правее узла 2

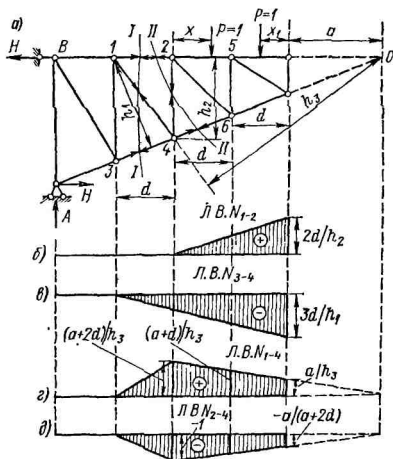


Рис. 3.4. Линии влияния усилий в стержнях фермы консольного крана

$N_{1-4} = (a + x_1)/h_3$, при $x_1 = 2d$ $N_{1-4} = (a + 2d)/h_3$, при $x_1 = d$ $N_{1-4} = (a + d)/h_3$ и при $x_1 = 0$ $N_{1-4} = a/h_3$. Линия влияния для усилия в стержне N_{2-4} (сечение II—II) при грузе левее узла 1 $N_{2-4} = 0$, при грузе правее узла 2 $\sum M_{0II} = -N_{2-4} (a + 2d) - 1 (a + x_1) = 0$ и при $x_1 = 2d$ $N_{2-4} = -1$, при $x_1 = 0$ $N_{2-4} = -a/(a + 2d)$ (рис. 3.4, д).

§ 3.2. Линии влияния усилий в стержнях шпренгельных ферм

Известно, что раскосы ферм мостового типа из-за конструктивных, технологических и других соображений располагаются под углом 45° к поясам, поэтому в фермах с параллельными поясами панели оказываются равными высоте ферм. При больших пролетах ферм из-за больших размеров панелей в них существенно возрастают изгибающие моменты от давления ходовых колес. Чтобы уменьшить изгибающие моменты от местного давления ходовых колес, нужно уменьшить размеры панелей. С этой целью в панели основной фермы вводятся дополнительные двухопорные фермочки-шпренгели, воспринимающие местную нагрузку только в пределах данной панели.

В шпренгельных фермах следует различать три категории элементов: элементы, принадлежащие только основной ферме (усилия в них определяются так же, как и при расчете основной фермы); элементы, принадлежащие только дополнительным фермам (шпренгелям) усилия в них могут быть найдены из рассмотре-

ния условий равновесия только шпренгельной фермочки, и элементы, принадлежащие одновременно и основной ферме и шпренгелю — усилия в них будут суммироваться из усилий в элементе основной фермы и усилия в элементе шпренгеля.

На рис. 3.5, а представлена шпренгельная ферма для езды по низу. В этой ферме стержни 1—а, 1—2, 2—3, 3—с, 3—4 и т. д. принадлежат только к основной ферме (рис. 3.5, б) и линии влияния у них такие же, как в основной ферме, стержни $n_1 - \kappa_1$, $n_1 - b$, $b - n_2$, $n_2 - \kappa_2$, $n_3 - \kappa_3$, $n_3 - d$ и т. д. принадлежат только шпренгельным фермочкам и усилия в них определяются из условий равновесия только шпренгельных элементов.

На рис. 3.5, в дан пример выделенной шпренгельной фермочки, а на рис. 3.5, г — линия влияния элементов шпренгеля, стержней N_{n_3-c} и N_{n_3-d} .

Для ее построения рассмотрим единичный груз в узле κ_3 . Вырезая узел d , получим: $1/2 + N_{n_3-d} \cos \alpha = 0$, откуда $N_{n_3-d} = -1/2 \cos \alpha$. При нахождении груза в узлах c и d усилие $N_{n_3-d} = 0$.

В раскосе N_{4-e} на участке $c - n_3$ усилие суммируется из усилия в основной ферме и усилия в шпренгеле (рис. 3.5, д). Здесь правая часть линии влияния в основной ферме действительна до узла d , а переходная прямая соединяет ординаты над узлами d и c . После этого к основной линии влияния добавляется линия влияния усилия в шпренгеле на участке $c - n_3$, на рис. 3.5, д

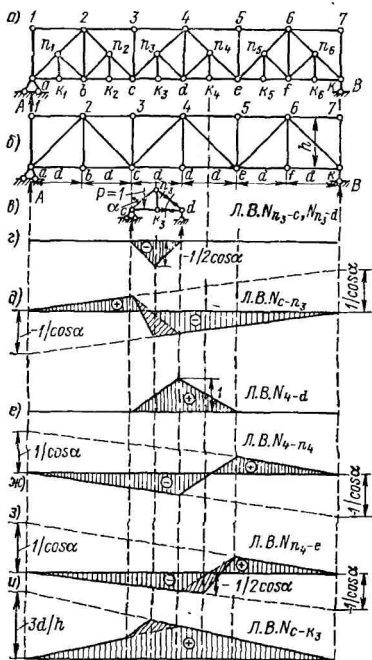


Рис. 3.5. Линии влияния усилий в стержнях шпренгельной фермы

ваштрихованном косой штриховкой. Стержень N_{4-d} (стойка) принадлежит только основной ферме, и линия влияния строится, как для обычной фермы. При единичном грузе в узле d усилие в стержне N_{4-d} равно 1, а когда груз находится в узлах c и e , усилие $N_{4-d} = 0$ (рис. 3.5, e). Верхняя часть раскоса от узла 4 до n_4 принадлежит только основной ферме, и ее линия влияния такая же, как и для основной фермы (рис. 3.5, $ж$). В нижней части раскоса $n_4 - e$ к основной линии влияния добавляется линия влияния усилия в шпренгеле (рис. 3.5, $з$). Аналогично строится линия влияния усилия для элемента N_{c-k_3} (рис. 3.5, $и$).

Глава 4

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ СТЕРЖНЕВЫЕ СИСТЕМЫ

Плоская ферма находится в равновесии, если действующие на нее силы располагаются строго в ее плоскости. Так как практически это не имеет места, то плоская ферма для ее устойчивости должна иметь закрепления, не лежащие в ее плоскости. Таким образом, все решетчатые конструкции по принципу их образования фактически являются пространственными.

§ 4.1. Способы образования пространственных ферм и условия их геометрической неизменяемости

Для определения зависимости между числом стержней пространственной системы C и количеством ее узлов U рассмотрим элемент фермы на рис. 4.1, a . К первоначальному треугольнику ABC присоединен с помощью трех стержней узел D . Узлы в пространственных фермах так же, как и в плоских, считаем шарнирными. Тогда

$$C = 3 + (U - 3) 3 = 3U - 6. \quad (4.1)$$

Так как для своей неподвижности геометрически неизменяемая система должна иметь шесть стержней закрепления, а для каждого вырезанного узла имеются три уравнения статики, то условие (4.1) соответствует статически определимой системе. Это условие, связывающее число неизвестных с числом уравнений, можно было бы записать и так: $C + 6 = 3U$.

Таким образом, условие (4.1) для статической определимости и геометрической неизменяемости системы является необходимым. Однако оно не является достаточным по тем же причинам, которые были рассмотрены в гл. 2 при анализе вопроса об образовании плоских ферм. Для установления достаточности условия (4.1) требуется произвести структурный анализ системы. Внешним признаком того, что пространственная система удовлетворяет условиям статической определимости и геометрической неизменя-

емости, является образование ее из геометрически неизменяемых плоских ферм без лишних стержней, что, как правило, при панелях треугольного очертания имеет место в конструкциях подъемно-транспортных машин.

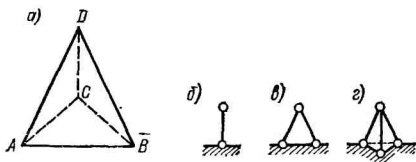


Рис. 4.1. Схема образования пространственных стержневых систем

Опоры пространственных ферм могут воспринимать одну реакцию (рис. 4.1, б — опора на шарах), две реакции (рис. 4.1, в — опора на цилиндрах) и три реакции (рис. 4.1, г — неподвижная опора). Заделка в общем случае может иметь все три реакции и три реактивных момента. При числе опорных стержней больше шести система будет внешне статически неопределимой.

§ 4.2. Определение усилий в стержнях ферм методом вырезания узлов

Принципиально метод вырезания узлов для определения усилий в стержнях пространственных ферм тот же, что и для плоских (см. гл. 2). Разница заключается лишь в том, что для определения усилий в вырезанном узле плоской фермы имеются два уравнения в проекциях на оси координат, а пространственной — три.

Последовательность вырезания узлов пространственной фермы начинается с узлов, в которых сходятся три стержня, не лежащие в одной плоскости. Искомые усилия в этих стержнях могут быть определены либо графически — путем разложения приложенной в узле нагрузки на три направления, либо аналитически — при помощи трех уравнений статики в пространстве для сил, сходящихся в одной точке. Рассмотрев узлы, в которых сходятся три стержня, приступают к рассмотрению узлов, в которых сходятся хотя и более трех стержней, но неизвестны лишь три из них, не лежащие в одной плоскости. Для определения усилий в стержнях пространственных ферм может также использоваться метод сквозных сечений (см. гл. 2).

Решение значительно упрощается при наличии в ферме нулевых стержней, которые находятся на основании следующих положений.

1. Если в узле пересекается система сил (усилия в стержнях и внешние силы), причем все, кроме силы N в одном стержне, лежат в одной плоскости, то усилие в стержне $N = 0$. Это ясно, если рассмотреть проекцию всех сил на нормаль к этой плоскости.

2. Если в ненагруженном узле сходятся три стержня, не лежащие в одной плоскости, то все они нулевые. Действительно, складывая усилия в двух стержнях в одну равнодействующую, получаем две силы, находящиеся под углом. Без внешней нагрузки они не могут находиться в равновесии.

Определение усилий в стержнях пространственных ферм методом вырезания узлов весьма трудоемко и может быть целесообразно либо в случаях, когда в ферме мало старжней, либо в случаях, когда требуется определить усилия лишь в нескольких стержнях.

§ 4.3. Определение усилий в стержнях пространственных ферм методом разложения их на плоские фермы

Поскольку расчет пространственных систем по сравнению с расчетом плоских значительно сложнее, практически пространственные системы, применяемые в подъемно-транспортных машинах и образованные из плоских геометрически неизменяемых систем, рассчитывают приближенными способами.

Наиболее распространенным является способ расчета пространственных ферм путем разложения их на плоские. Рассчитывать выделенные из пространственной фермы плоские фермы как работающие изолированно без взаимной связи со смежными без погрешности можно лишь в случае, если загрузка пространственной фермы всегда симметрично, а также симметрично ее закрепление. При отсутствии симметрии в загрузке и закреплении, когда пространственная система испытывает закручивание, неполный учет работы элементов, не лежащих в плоскости выделяемой фермы, приводит к неверному пониманию работы пространственной конструкции и к неверному расчету некоторых из ее элементов.

Рассмотрим метод расчета пространственных ферм, в котором при расчленении пространственной фермы на плоские последние загружаются не только внешними (заданными и реактивными) силами, но и силами взаимодействия со смежными фермами, направленными по линиям пересечения плоскостей смежных ферм. Эти силы являются внутренними для системы в целом и внешними для выделяемых из нее ферм. Указанный метод нашел широкое применение в практике краностроения [1, 13], хотя он не является универсальным, так как требует корректировки для конструкций, у которых хотя бы в одном из узлов сходятся четыре или более плоскостей [1].

Рассмотрим в качестве примера кручение элементарной четырехгранной призмы (рис. 4.2). Из уравнения моментов реакции опор $R = Pb/c$, а остальные пять уравнений статики обращаются в тождества. У стрелок, обозначающих внешние силы P и R , наконечники светлые, а у обозначающих внутренние силы, — черные.

Расчленим пространственную систему на шесть плоских ферм. Внешние силы P будем считать приложенными к ферме $1-1'-2-2'$; конечно, результаты решения не изменились бы, если бы, например, одна сила P была отнесена к ферме $1-2-3-4$, а другая — к ферме $1'-2'-3'-4'$. Важно лишь, чтобы каждая внешняя сила была учтена в расчете один раз. То же относится и к реакциям опор. При выделении фермы $1-1'-2-2'$ к узлу 1 надо приложить силы F_1 (проекция усилия в стержне $1-3'$) и F_2

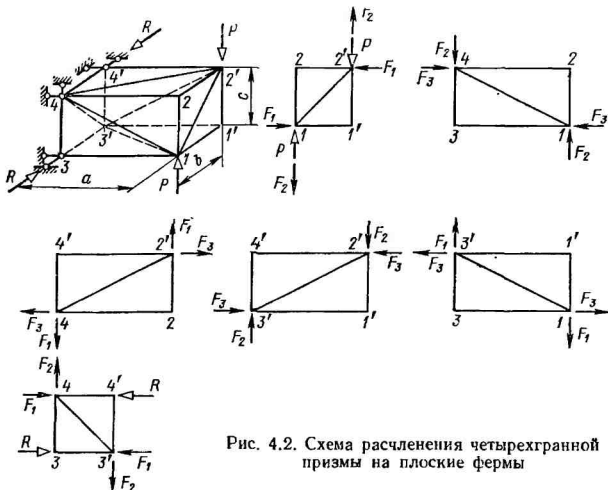


Рис. 4.2. Схема расчленения четырехгранной призмы на плоские фермы

(проекции усилия в стержне $1-4$ на направления стержней $1-1'$ и $1-2$). Силы, которые надо приложить к узлу 2 , численно, очевидно, также равны F_1 и F_2 и дают момент, обратный по направлению моменту от сил P (из равновесия фермы $1-1'-2-2'$). Рассуждая аналогично, находим внутренние силы взаимодействия, приложенные у каждой из плоских ферм. Неизвестных сил при рассмотрении равновесия каждой из выделяемых плоских ферм оказывается лишь три, для их определения из условий равновесия плоских ферм получаем следующие уравнения:

$$Pb = F_2b + F_1c; F_2a = F_3c; F_1a = F_3b. \quad (4.2)$$

Все другие уравнения, которые можно написать из условий равновесия плоских ферм, дают тождества, поскольку они были уже использованы. Положительные значения сил F_1 , F_2 и F_3 показывают правильность принятого для них направления. В процессе расчленения пространственной системы надо следить за тем, чтобы каждая из внутренних сил в итоге оказалась взаимно

уравновешенной, т. е. приложенной у двух плоских ферм в одном и том же узле и в противоположных направлениях. После нахождения внутренних сил определяются усилия в стержнях плоских ферм. Действительные усилия в стержнях, общих для двух смежных ферм, определяются суммированием усилий, полученных при расчете обеих плоских ферм.

Если расчленяемая система состоит из ряда панелей, то на каждом прямолинейном участке фермы достаточно ввести одну

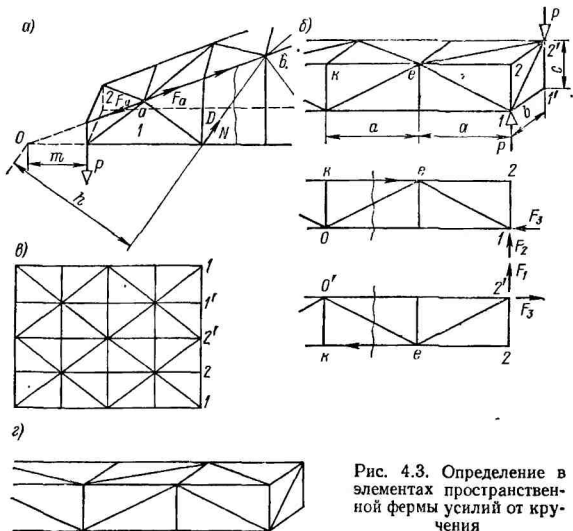


Рис. 4.3. Определение в элементах пространственной фермы усилий от кручения

равнодействующую всех сил взаимосвязей, приложенных к узлам фермы. Действительно, перенесем силу взаимодействия F_a , возникающую в узле a , в узел b (рис. 4.3, a). Тогда в поясе на участке $a - b$ у фермы 1 усилие изменится на величину F_a , но на такую же величину с обратным знаком оно изменится на этом же участке пояса фермы 2. Так как результирующее усилие в поясе есть алгебраическая сумма усилий в нем, полученная из рассмотрения ферм 1 и 2, перенос силы F_a из узла a в узел b усилия в поясе не меняет, а потому вместо сил $F_a, F_b, \dots$ достаточно ввести в расчет на каждом прямом участке их равнодействующую. Перенос силы F_a вдоль прямолинейного пояса также не меняет усилий в раскосах, что видно из рис. 4.3, a , где усилие в раскосе $N = Pm/n$.

Направление раскосов в работающих на кручение пространственных системах имеет важное значение, так как от него зависят

усилия в поясах от кручения. На рис. 4.2 принято такое направление раскосов, при котором пояса пространственной фермы прямоугольного поперечного сечения не испытывают усилий от кручения. То, что в данном случае пояса являются нулевыми стержнями, видно из рассмотрения равновесия вырезанных узлов 2, 3, 1' и 4'. Пусть имеет место кручение многопанельной призмы (рис. 4.3, б) с решеткой такого типа, как показанная на рис. 4.2. Сжимающее усилие в панели пояса $k - e$ передней грани равно $F_2 2a/c$, а растягивающее усилие в этой же панели верхней грани равно $F_1 2a/b$. Из уравнений (4.2) очевидно, что $F_2/c = F_1/b$ и стержень $k - e$, как и все четыре пояса этой призмы, усилий от кручения не испытывает. Это всегда будет иметь место, если в смежных плоскостях раскосы будут направлены так, что для данной панели пояса в обеих плоскостях моментные точки будут находиться в одном сечении; при этом от крутящего момента в раскосах будет происходить чередование знаков усилий — если один сжат, то следующий растянут, и т. д. В развернутом виде такая решетка показана на рис. 4.3, в. На рис. 4.3, г показана решетка, при которой пояса испытывают усилия от кручения. Жесткость на кручение у стрелы с решеткой по рис. 4.3, г примерно на 30 % меньше, чем у стрелы с решеткой по рис. 4.3, б [1].

В целях механизации вычислительных процессов при решении задач строительной механики, особенно сложных, примером чему являются пространственные системы, в настоящее время стали широко использоваться ЭВМ.

Глава 5

ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ ОБ УПРУГИХ СИСТЕМАХ

При проектировании металлических конструкций необходимо обеспечить не только прочность, но и жесткость системы, поэтому приходится определять расчетным путем перемещения, которые могут возникнуть в процессе эксплуатации сооружения. Перемещения необходимо определять также в процессе производства расчетов статически неопределимых систем, динамических нагрузок и т. п. Таким образом, изучение способов определения перемещений упругих систем (балок, ферм, рамных конструкций) является очень важной задачей строительной механики [2, 11, 14, 15].

§ 5.1. Основные понятия

В дальнейшем будем рассматривать лишь такие системы, деформации (перемещения) которых выражаются линейными однородными функциями внешних сил. Системы, подчиняющиеся этому закону, называются линейно деформируемыми, или упругими, системами. Аналитически это может быть записано так:

$$\Delta_{np} = \delta_{n1} P_1 + \delta_{n2} P_2 + \dots + \delta_{nn} P_n, \quad (5.1)$$

где Δ_{np} — перемещение по направлению силы P_n от действия всех статически приложенных к сооружению сил; $P_1, P_2, \dots, P_n$ — силы, действующие в точках 1, 2, ..., n соответственно; δ_{n1} — перемещение по направлению силы P_n от действия единичной силы P_1 , приложенной в точке 1; δ_{n2} — перемещение по направлению силы P_n от действия единичной силы P_2 , приложенной в точке 2; δ_{nn} — перемещение по направлению силы P_n от действия единичной силы P_n , приложенной в точке n .

Выражение (5.1), представляющее собой линейную зависимость перемещений от действующих сил, иногда называют обобщенным законом Гука. В частном случае, когда имеется лишь одна сила P_1 , а остальные силы равны нулю, получаем выражение $\Delta_{11} = \delta_{11}P_1$. Перемещения и деформации рассматриваемых систем подчиняются закону независимости действия сил при следующих допущениях:

а) материал конструкции является идеально упругим и линейно деформируемым, т. е. напряжения материала от действующей нагрузки не превышают его предела пропорциональности; б) поверхности взаимно перемещающихся элементов являются идеально гладкими (трение отсутствует); в) по своей структуре конструкции геометрически неизменяемы; г) изменения в конструкциях от воздействия нагрузки ничтожно малы по сравнению с их размерами.

Наличие трения в шарнирах, заклепочных и болтовых соединениях, а также наличие напряжений в отдельных волокнах элементов выше предела пропорциональности вносят некоторые незначительные поправки к линейному закону общих деформаций системы, но ими обычно пренебрегают.

Для более глубокого изучения свойств упругого тела анализируют работу внешних и внутренних сил, действующих на тело. При этом в строительной механике пользуются понятиями об обобщенной силе, обобщенном перемещении и обобщенной работе. Под обобщенной работой понимается произведение двух факторов, из которых один зависит от силы (момента), а другой — от перемещения (угла поворота). Например, если к телу приложена пара сил с моментом $M = Ph$, то при повороте тела на угол $d\varphi$ работа пары будет равна (рис. 5.1, а) $P(\rho + h)d\varphi - P\rho d\varphi = Ph d\varphi$. В этом случае момент пары $M = Ph$ будет обобщенной силой, а угол поворота $d\varphi$ — обобщенным перемещением.

Пусть на балку действует равномерно распределенная нагрузка интенсивностью q (рис. 5.1, б), под действием которой балка прогнется и совершит работу. Выделим элемент dx . Элементарная работа линейно возрастающей от нуля сосредоточенной силы qdx

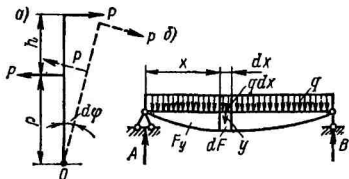


Рис 5.1. Определение обобщенной работы

будет $dW = 0,5q dx$, а полное ее значение $W = 0,5q \int y dx = 0,5qF_y$. В этом случае распределенная нагрузка q является обобщенной силой, а F_y — площадь, заключенная между первоначальной осью балки и упругой линией, — обобщенным перемещением.

Эти примеры показывают, что обобщенные силы и перемещения могут иметь различную размерность, но их произведение имеет размерность работы.

§ 5.2. Работа при статическом приложении внешних сил

Нагрузка, приложенная к сооружению, вызывает деформацию его элементов. Если нагрузка возрастает медленно и скорость нарастания деформации невелика, то в этом случае можно пренебречь силами инерции. Такое плавное постепенное приложение нагрузки называется статическим. Деформация и сила в процессе нагружения растут от нуля до окончательного значения.

Рассмотрим работу одной силы P , возрастающей от нуля до полного значения, на перемещении Δ , вызванном действием этой силы в ее направлении (рис. 5.2, а). Обозначим переменное значение силы через Y , а соответствующее перемещение — через x (рис. 5.2, б). При бесконечно малом приращении деформации элементарная работа $dW = Y dx$. Так как перемещение пропорционально силе, то перемещение $x = \delta_{11} Y$, где δ_{11} — перемещение, вызванное единичной силой. Отсюда $dx = \delta_{11} dY$ или $dW = \delta_{11} Y dY$, откуда

$$W = \delta_{11} \int_0^P Y dY = \delta_{11} P^2/2. \quad (5.2)$$

Рис. 5.2. Определение работы при статическом действии сил

Поскольку окончательное перемещение равно Δ , то $\delta_{11} P = \Delta$. Подставляя это выражение в формулу (5.2), получим

$$W = \delta_{11} P^2/2 = P\Delta/2. \quad (5.3)$$

При статическом действии силы работа внешних сил выражается половиной произведения окончательного значения этой силы на окончательное значение соответствующего ей перемещения (теорема Клапейрона). Этот же результат очевиден из графического построения на рис. 5.2, б.

Рассмотрим теперь действие нескольких сил на балку (рис. 5.2, в). Представим себе, что все силы $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ прикладываются одновременно и нарастают от нуля до полного

значения. Известно, что суммарная работа не зависит от последовательности приложения внешних сил. Обозначив суммарные перемещения от действия всех сил по их направлениям соответственно через $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_1, \dots, \Delta_n$, получим:

$$\Delta_1 = \delta_{11}P_1 + \delta_{12}P_2 + \dots + \delta_{1n}P_n = P_1(\delta_{11} + \delta_{12}P_2/P_1 + \dots + \delta_{1n}P_n/P_1);$$

$$\Delta_2 = \delta_{21}P_1 + \delta_{22}P_2 + \dots + \delta_{2n}P_n = P_2(\delta_{21}P_1/P_2 + \delta_{22} + \dots + \delta_{2n}P_n/P_2);$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\Delta_n = \delta_{n1}P_1 + \delta_{n2}P_2 + \dots + \delta_{nn}P_n = P_n(\delta_{n1}P_1/P_n + \delta_{n2}P_2/P_n + \dots + \delta_{nn}).$$

При изменении сил и постоянстве их конечных отношений суммарные перемещения от всех сил по направлению любой силы ей пропорциональны. Работа всех внешних сил может быть выражена формулой

$$W = P_1 \Delta_1/2 + P_2 \Delta_2/2 + \dots + P_n \Delta_n/2 = \sum_{i=1}^{i=n} P_i \Delta_i/2. \quad (5.4)$$

§ 5.3. Работа внутренних сил упругой стержневой системы

Работа внешних сил на соответствующих им перемещениях может быть выражена и через внутренние силы, вызываемые ими.

Выделим из стержня двумя сечениями, перпендикулярными к его оси, бесконечно малый элемент длиной ds , на который могут действовать следующие системы плоских сил: продольная N , поперечная Q и изгибающий момент M (рис. 5.3, а). Если усилия N , Q и M по отношению к целому стержню являются внешними, вызывающими деформации элемента длиной ds , то по отношению к выделенному элементу они внутренние. Внутренние силы направлены в сторону, противоположную деформации, и сопротивляются ей, и поэтому суммарная работа внутренних сил будет отрицательной. Например, если стержень растянут (рис. 5.3, б), то в сечениях $a-b$ будут действовать две равные и противоположно направленные силы N . Одни из них будут растягивать элемент длиной ds , а другие, называемые внутренними, будут препятствовать деформации элемента ds . Рассмотрим отдельно влияния каждого из этих усилий на элемент длиной ds .

Под действием статически приложенного внешнего усилия N (рис. 5.3, в), равномерно распределенного по сечению, удлинение Δds элемента ds будет равно Nds/EF , где F — площадь поперечного сечения стержня. Поскольку сила нарастает постепенно от нуля до полного значения N , работа внутренних сил

$$-\frac{1}{2}N \frac{N ds}{EF} = -\frac{N^2 ds}{2EF}. \quad (5.5)$$

При действии на элемент ds внешних изгибающих моментов M (рис. 5.3, г), приложенных по торцам, оба сечения поворачиваются друг относительно друга на бесконечно малый угол $d\varphi$. Так как $1/\rho = M/(EJ)$ и $\rho d\varphi = ds$, то $d\varphi = Mds/(EJ)$. Под действием

статически возрастающего момента M на этом угловом перемещении будет совершена работа внутренних сил

$$-M d\varphi/2 = -M^2 ds/(2EJ), \quad (5.6)$$

Элемент ds , находящийся под действием поперечных сил Q , показан на рис. 5.3, δ и e . На рис. 5.3, δ представлен суммарный линейный сдвиг соответствующих элементарных полосок на обоих торцах элемента ds . Суммарное линейное перемещение элементарных полосок составит $\Delta = \gamma ds = \tau ds/G = QSds/(JbG)$, где b — ширина сечения элемента в исследуемом уровне; S — статический

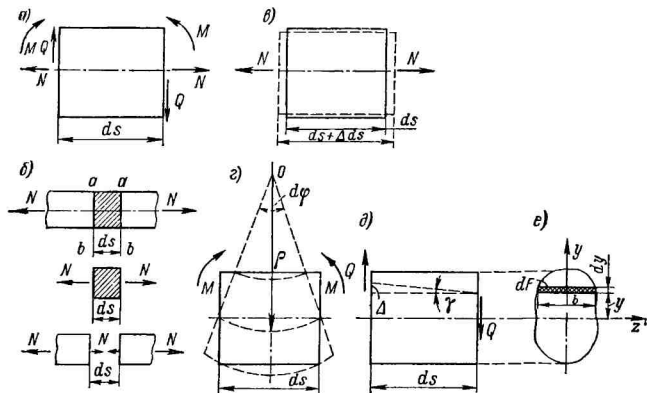


Рис. 5.3. Определение работы внутренних сил в упругой стержневой системе

момент относительно нейтральной o -и той части сечения, которая расположена выше выделенной полоски; J — момент инерции всего поперечного сечения относительно нейтральной оси.

Внутреннее усилие, соответствующее части поперечного сечения выделенного элемента на заштрихованной элементарной площадке (рис. 5.3, e), равно $\tau dF = QSdF/(Jb)$. Работа бесконечно малой касательной силы τdF при ее постепенном возрастании на перемещение Δ выразится произведением $-\Delta \tau dF/2$. Интегрируя в пределах всего поперечного сечения F , получим элементарную работу поперечных сил

$$\begin{aligned} - \int_F \frac{1}{2} \tau \gamma ds dF &= - \int_F \frac{1}{2} \frac{\tau^2 ds}{G} dF = - \int_F \frac{Q^2 S^2}{J^2 b^2} \frac{ds}{2G} dF = \\ &= - \frac{Q^2 ds}{2GJ^2} \int_F \frac{S^2}{b^2} dF = - \mu \frac{Q^2 ds}{2GF}, \end{aligned} \quad (5.7)$$

где μ — безразмерный коэффициент, $\mu = \frac{F}{J^2} \int_F \frac{S^2}{b^2} dF$; GF —

жесткость поперечного сечения стержня при сдвиге. Безразмерный коэффициент μ , который характеризует неравномерность распределения касательных напряжений в сечении, зависит только от формы сечения (например, для прямоугольного сечения $\mu = 1,2$). Для того чтобы получить полную работу внутренних сил, необходимо просуммировать элементарные работы в пределах всего стержня и по всем стержням плоской стержневой системы. Получим следующее выражение для полной работы внутренних сил:

$$A = - \sum_0^s \int \frac{N^2 ds}{2EF} - \sum_0^s \int \frac{M^2 ds}{2EJ} - \sum \mu \int_0^s \frac{Q^2 ds}{2GF}. \quad (5.8)$$

Поскольку работа внутренних сил A равна по абсолютной величине, но противоположна по знаку работе внешних сил W и потенциальной энергии деформации упругого тела U , то

$$W = -A = U. \quad (5.9)$$

Для плоской стержневой системы потенциальная энергия выражается следующей формулой:

$$U = \sum_0^s \int \frac{N^2 ds}{2EF} + \sum_0^s \int \frac{M^2 ds}{2EJ} + \sum \mu \int_0^s \frac{Q^2 ds}{2GF}. \quad (5.10)$$

§ 5.4. Возможная работа внешних и внутренних сил

Помимо действительной работы необходимо понятие о возможной работе внешних и внутренних сил. Возможной она называется потому, что представляет собой работу сил на перемещениях, вызванных другими силами.

Рассмотрим два состояния балки, нагруженной сосредоточенными силами (рис. 5.4). В первом состоянии (рис. 5.4, б) на балку действует внешняя, постепенно возрастающая, статически приложенная в точке 1 сила P_1 . Под действием силы P_1 в балке возникнут соответствующие деформации и будет совершена работа, равная $W_{11} = P_1 \Delta_{11}/2$. Затем во втором состоянии (рис. 5.4, а) на балку будет действовать другая, постепенно возрастающая статическая сила P_2 , приложенная в точке 2. Под действием силы P_2 балка получит дополнительную деформацию Δ_{22} , а сила P_1 , сохраняя постоянное значение в течение всего времени действия силы P_2 , совершит дополнительную работу $W_{12} = P_1 \Delta_{12}$.

Следовательно, сила P_1 при действии на балку сил P_1 и P_2 совершит действительную работу, равную $W_{11} + W_{12} = P_1 \Delta_{11}/2 + P_1 \Delta_{12}$. Произведение $P_1 \Delta_{12}$ называется возможной работой, так как сила P_1 умножается на прогиб Δ_{12} , возникающий от другой силы P_2 . Коэффициент $1/2$ в выражении возможной работы отсутствует, так как сила P_1 в этом случае сохраняет постоянное значение. Во всех случаях в обозначении работы внешних сил (W_{11} , W_{12} и др.) первый индекс указывает, силы какого состояния

совершают работу, а второй, — силы какого состояния вызвали перемещение.

Аналогично может быть определена и возможная работа внутренних сил, которые принимаются постоянными. Рассмотрим два состояния простой балки (рис. 5.4, в, з). В первом состоянии на балку действует обобщенная сила P_m , а во втором — обобщенная сила P_n . Под действием обобщенных сил P_m и P_n возникнут внутренние усилия N_m, M_m, Q_m и N_n, M_n, Q_n , а также соответствующие деформации. Рассмотрим бесконечно малый элемент ds , к которому приложены внутренние силы, являющиеся по отношению к выделенному элементу внешними силами. Деформации бесконечно малого элемента, выраженные через постоянные внутренние силы состояния n , будут равны для прямых стержней $N_n ds/EF$; $M_n ds/EJ$ и $\mu Q_n ds/GF$. Возможная работа постоянных внутренних сил, совершаемая в пределах элемента ds системы, так как внутренние силы направлены в сторону, обратную деформации, составит

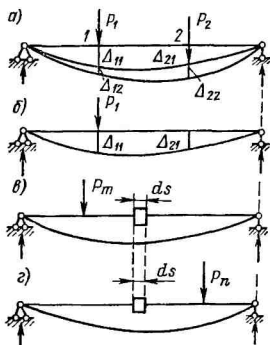


Рис. 5.4. Определение возможной работы сил

$$dA_{mn} = -N_m \frac{N_n}{EF} ds - \\ - M_m \frac{M_n}{EJ} ds - \mu Q_m \frac{Q_n}{GF} ds.$$

Произведя суммирование по всей стержню и в пределах всей стержневой системы, получим значение возможной работы внутренних сил, возникающей от постоянных сил первого состояния P_m на перемещениях, вызванных действием постоянных сил второго состояния:

$$A_{mn} = - \sum_0^s \int_0^s N_m \frac{N_n}{EF} ds - \sum_0^s \int_0^s M_m \frac{M_n}{EJ} ds - \sum_0^s \mu \int_0^s Q_m \frac{Q_n}{GF} ds. \quad (5.11)$$

§ 5.5. Теорема о взаимности работ и взаимности перемещений

Рассмотрим два различных состояния (в порядке загрузки) одной и той же упругой системы: состояние 1 при действии группы сил P_1 и состояние 2 при действии группы сил P_2 на примере балки на рис. 5.4, а. Определим и сопоставим работу внешних сил в следующих предположениях. Сначала система постепенно загружается силами состояния 1, а затем, когда силы достигнут окончательного значения, система будет постепенно нагружаться силами состояния 2. Во втором варианте последовательность приложения сил изменяется. Сначала система нагружается силами состояния 2, а затем — силами состояния 1.

Допустим, что сперва на систему начала постепенно действовать нагрузка первого состояния, а потом — второго. Суммарная работа внешних сил (см. § 5.3) будет выражаться алгебраической суммой $W_1 = W_{11} + W_{22} + W_{12}$. Рассмотрим теперь приложение нагрузки в обратной последовательности, когда сначала прикладывается нагрузка второго, а затем — первого состояния. В этом случае суммарная работа внешних сил выразится следующей алгебраической суммой: $W_2 = W_{22} + W_{11} + W_{21}$, где W_{21} — работа внешних сил второго состояния на перемещениях, вызванных действием сил первого состояния.

Согласно выражению (5.9), суммарная работа W внешних сил равна по абсолютной величине работе A внутренних сил, взятой с обратным знаком, или потенциальной энергии деформации U .

Известно, что в линейно деформируемой системе потенциальная энергия деформации не зависит от последовательности приложения внешних сил, а зависит только от исходного и конечного состояний системы. Поскольку исходное и конечное состояния системы в обоих случаях загрузки одинаковы, то и суммарные работы внешних сил будут равны, т. е. $W_1 = W_2$, или $W_{11} + W_{22} + W_{12} = W_{22} + W_{11} + W_{21}$, откуда

$$W_{12} = W_{21}. \quad (5.12)$$

Полученная аналитическая зависимость выражает собой *теорему о взаимности работы* и формулируется так: в линейно деформируемом теле возможная работа внешних или внутренних сил первого состояния на перемещениях точек их приложения, вызванных действием сил второго состояния, равна возможной работе внешних или внутренних сил второго состояния на перемещениях, вызванных действием сил первого состояния. Это так называемая теорема Бетти — Рэлея.

Теорема о взаимности перемещений может быть представлена как частный случай теоремы о взаимности работ. Пусть на балку в первом состоянии действует только одна единичная сила P_1 , а во втором состоянии — тоже одна единичная сила P_2 (рис. 5.5, а, б). Сила P_1 приложена в точке 1, а сила P_2 — в точке 2. На основании теоремы о взаимности работ приравняем возможную работу внешних сил первого состояния на перемещениях второго состояния работе сил второго состояния на перемещениях первого состояния: $P_1\delta_{12} = P_2\delta_{21}$, или

$$\delta_{12} = \delta_{21}. \quad (5.13)$$

Это аналитическое выражение для *теоремы взаимности перемещений*, которая формулируется так: перемещение точки приложения первой единичной силы по ее направлению, вызванное

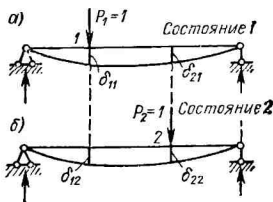


Рис. 5.5. Определение взаимности перемещений

действием второй единичной силы, равно перемещению по направлению второй единичной силы, вызванному действием первой единичной силы. Это так называемая теорема Максвелла, имеющая фундаментальное значение в строительной механике.

§ 5.6. Общая формула для определения перемещений плоской стержневой системы. Метод Мора

Принцип возможных перемещений позволяет получить общую формулу определения перемещений, пригодную для различных сооружений (балок, рам, ферм и т. п.).

Определим, например, перемещение какой-либо точки к рамной системе, вызванное приложенной к ней нагрузкой (рис. 5.6).

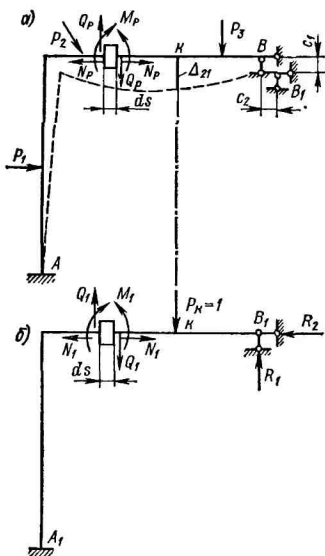


Рис. 5.6. Определение перемещений упругих систем

Рассмотрим систему в двух состояниях. В первом (действительном) состоянии система загружается заданной нагрузкой (рис. 5.6, а), а во втором (вспомогательном) — к системе в точке к приложена лишь одна внешняя единичная сила P_K , по направлению которой и определяется искомое перемещение Δ_{21} (рис. 5.6, б).

На основании принципа возможных перемещений сумма работ всех внешних и внутренних сил второго состояния на любом возможном перемещении должна быть равна нулю. Возможная работа внешних сил второго состояния на соответствующих перемещениях, вызываемых силами первого состояния, будет $1\Delta_{21}$. Кроме того, возникает работа реактивных сил на опорах во втором состоянии на соответствующих перемещениях опорных точек рамы в первом состоянии (реакции опор причисляются к внешним силам). Однако перемещения в опорных устройствах по направлению реакций обычно настолько малы, что их можно принять равными нулю ($c_1 \approx c_2 \approx 0$).

Тогда возможная работа внешних сил второго состояния будет равна $1\Delta_{21}$, что за редкими исключениями практически имеет место.

Определим теперь работу внутренних сил второго состояния на перемещениях в первом состоянии. Внутренние усилия во вто-

ром состоянии от единичной силы для любого бесконечно малого элемента рамы N_1 , M_1 и Q_1 будем обозначать значениями с индексом «1». Соответствующие деформации бесконечно малого элемента рамы, выраженные через внутренние силы первого состояния, равны: $\Delta s = N_1 ds / (EF)$, $d\varphi = M_1 ds / (EJ)$, $\mu Q_1 ds / (GF)$, где индекс «1» обозначает, что указанные величины приводятся для заданной нагрузки.

Работа внутренних сил второго состояния на перемещениях в первом состоянии будет равна (см. § 5.3)

$$A_{21} = - \sum_0^s \int \frac{N_1 N_P ds}{EF} - \sum_0^s \int \frac{M_1 M_P ds}{EJ} - \sum_0^s \mu \int \frac{Q_1 Q_P ds}{GF}.$$

Так как $1 \cdot \Delta_{21} + A_{21} = 0$, то

$$\Delta_{21} = \sum_0^s \int \frac{N_1 N_P ds}{EF} + \sum_0^s \int \frac{M_1 M_P ds}{EJ} + \sum_0^s \mu \int \frac{Q_1 Q_P ds}{GF}. \quad (5.14)$$

Полученное выражение носит название формулы Мора. Она позволяет определять перемещения любых плоских геометрически не изменяемых и линейно деформируемых стержневых систем. Следует заметить, что усилия N_1 , N_P , M_1 , M_P , Q_1 , Q_P обычно представляют собой не фиксированные значения, а являются функциями координаты s , т. е. M_1 , M_P , Q_1 , Q_P являются соответствующими эпюрами. При сопоставлении размерностей левой и правой частей уравнения (5.14) следует помнить, что в левой части перемещение Δ_{21} умножено на единицу силы.

При определении перемещений различных стержневых систем не все внутренние усилия целесообразно учитывать. Например, для перемещений в системах балочного и рамного типов, за исключением коротких элементов большого сечения, поперечные и осевые силы не имеют существенного значения и ими можно пренебречь. Поэтому в подавляющем числе случаев при определении перемещений в балках и рамах можно ограничиться работой внутренних сил только от изгибающих моментов, т. е. принимать один член в формуле Мора. Тогда

$$\Delta_{21} = \sum_0^s \int \frac{M_1 M_P ds}{EJ}. \quad (5.15)$$

Для ферм, где стержни испытывают лишь осевые усилия, можно пренебречь влиянием M и Q . Поскольку по длине каждого стержня фермы осевые силы N_1 и N_P и площади сечений F постоянны, можно вынести за знак интеграла N_1 , N_P , F , а интеграл от ds равен l . Тогда

$$\Delta_{21} = \sum \frac{N_1 N_P l}{EF}. \quad (5.16)$$

В том случае, когда при определении перемещений при изгибе одна из эпюр изгибающих моментов в интеграле Мора имеет прямолинейное очертание, интегрирование можно значительно упростить. Представим, что в действительном состоянии эпюра M_P имеет произвольное очертание (рис. 5.7, а), а эпюра второго (единичного) состояния прямолинейна (рис. 5.7, б). Сечение балки на участке AB примем постоянным. Тогда

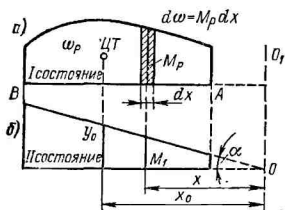


Рис. 5.7. Упрощение вычислений перемещений

$$\int_A^B \frac{M_1 M_P dx}{EJ} = \frac{1}{EJ} \int_A^B M_1 M_P dx.$$

Выделим элементарную площадку на эпюре M_P $d\omega = M_P dx$, а ординату на эпюре M_1 , лежащую под выделенной площадкой, выразим в виде $M_1 = x \operatorname{tg} \alpha$. Тогда интеграл Мора можно пред-

ставить как $\operatorname{tg} \alpha \int_A^B x d\omega$. Интеграл $\int_A^B x d\omega$ представляет собой статический момент площади ω_P эпюры моментов M_P относительно оси OO_1 . Известно, что статический момент площади относительно некоторой оси равен произведению всей площади на расстояние

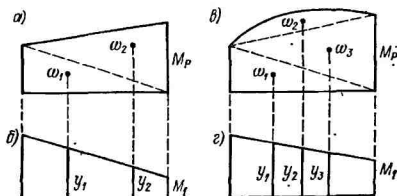


Рис. 5.8. Примеры определения перемещений путем разделения сложных эпюр на простые

от ее центра тяжести до этой оси. Тогда $\operatorname{tg} \alpha \int_A^B x d\omega = \operatorname{tg} \alpha x_0 \omega_P$.

В соответствии с рис. 5.7, б $x_0 \operatorname{tg} \alpha = y_0$, где y_0 — ордината эпюры M_1 , соответствующая центру тяжести площади эпюры M_P . Окончательно интеграл Мора можно выразить в следующем виде:

$$\frac{1}{EJ} \int_A^B M_1 M_P dx = \frac{\omega_P y_0}{EJ}. \quad (5.17)$$

Такой способ вычисления интегралов Мора называется способом Верещагина.

Следовательно, если одна из эпюр интеграла Мора выражается линейной функцией, то его вычисление можно заменить произведением площади криволинейной эпюры ω_p на ординату прямолинейной эпюры y_0 , взятую под центром тяжести криволинейной эпюры. В этом случае ордината берется обязательно из прямолинейной эпюры. Если же обе эпюры прямолинейны, можно брать любую из площадей и умножать на ординату под центром ее тяжести, взятую в другой эпюре.

Если эпюры более сложного очертания, то их можно разделить на более простые элементы. На рис. 5.8 показаны некоторые подобные случаи. Например, когда обе эпюры представляют собой трапеции, то удобнее одну из них разложить на два треугольника и помножить площадь каждого треугольника на соответствующую ординату под его центром тяжести из другой эпюры (рис. 5.8, а): $\omega_1 y_1 + \omega_2 y_2$. Когда одна из эпюр очерчена квадратной параболой, то, разделив ее на три составные части (рис. 5.8, в), получим $\omega_1 y_1 + \omega_2 y_2 + \omega_3 y_3$. С целью упрощения вычислительной работы разработаны специальные таблицы, в которых приведены основные очертания эпюр и даны соответствующие формулы для определения основных параметров [2, 11, 14, 15].

Раздел второй

СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ СИСТЕМЫ

Статически неопределимой называется такая система, у которой внутренние силы и реакции не могут быть найдены только из одних уравнений равновесия. Кинематическим признаком статически неопределимых систем является наличие в их структуре так называемых лишних связей, дающих лишние неизвестные сверх определяемых из уравнений статики. Число лишних связей и определяет степень статической неопределимости системы. Для силового расчета статически неопределимой системы кроме уравнений статики надо по числу лишних неизвестных составить дополнительные уравнения на основании рассмотрения деформаций системы.

Глава 6

РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ СИСТЕМ МЕТОДОМ СИЛ

Различают внешне статически неопределимые и внутренние статически неопределимые системы. Система, которая имеет только лишние опорные закрепления, называется *внешне стати-*

чески неопределимой. Система, имеющая лишние связи в своем внутреннем образовании, называется *внутренне статически неопределимой*. Следует заметить, что деление это условно и, как будет показано ниже, зависит от того, какие связи принимаются за лишние. Могут быть также системы одновременно внешне и внутренне статически неопределимые. Необходимо обратить внимание на следующие особенности статически неопределимых систем:

1. Перемещения и усилия в этих системах, как правило, меньше перемещений и усилий в статически определимых системах, из которых они образованы, что ведет к экономии металла; это особенно важно для подвижных подъемно-транспортных машин.

2. Эти системы оказывают большее сопротивление разрушению, чем статически определимые, так как удаление лишних связей обычно не ведет к разрушению системы.

3 Внутренние усилия в системах с лишними связями зависят не только от внешних сил, но и от соотношения поперечных сечений отдельных элементов, формы сооружения, а также от количества и жесткости лишних связей, поэтому расчет многократно статически неопределимых систем осуществляется методом последовательных приближений. При этом сначала задаются поперечными сечениями всех элементов или определяют их каким-либо упрощенным методом, а затем в ходе окончательного расчета их уточняют.

4. В качестве недостатка статически неопределимых систем следует отметить их чувствительность к изменению температуры, к неточности изготовления отдельных элементов, к смещению и осадкам опор. В результате этих воздействий в них возникают дополнительные напряжения [2, 5, 11, 12, 14, 15].

§ 6.1. Установление степени статической неопределимости и выбор лишних неизвестных

Рассмотрим на простых примерах, как устанавливаются лишние связи, при отбрасывании которых система превращается в статически определимую и геометрически неизменяемую. Например, портал с жесткими узлами, представленный на рис. 6.1, *а*, является один раз внешне статически неопределимой системой. За лишнюю неизвестную нужно выбрать горизонтальную реакцию одной из опор и превратить ее из неподвижной в подвижную. На рис. 6.1, *б* показана трехопорная балка, также один раз статически неопределимая. Лишней неизвестной является вертикальная реакция одной из подвижных опор. Если эту опору убрать, балка делается статически определимой. Если же в этой балке ввести шарнир, например в сечении *к*, то она будет статически определимой (рис. 6.1, *в*), так как появляется дополнительное уравнение статики (сумма моментов всех сил относительно шарнира равна нулю). Пример дважды статически неопределимого портала приведен на рис. 6.2. В данном случае в качестве одного

лишнего неизвестного можно принять горизонтальную реакцию у одной из опор, а другого — усилие в шарнире, прикрепленной к стойкам затяжке AB . В этом случае портал будет один раз внешне и один раз внутренне статически неопределим.

Для установления степени статической неопределимости в рамных системах необходимо ввести понятия жесткого замкнутого контура и числа простых цилиндрических шарниров.

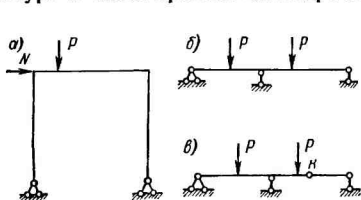


Рис. 6.1. Пример один раз статически неопределимой системы

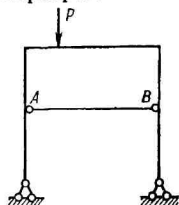


Рис. 6.2. Пример дважды статически неопределимой системы

Жестким замкнутым контуром называется контур, состоящий из ряда элементов, жестко связанных между собой и образующих замкнутую цепь. Если рамная система содержит K замкнутых бесшарнирных контуров, то она будет $3K$ раз статически неопределимой, так как в каждом замкнутом контуре имеются шесть неизвестных и три уравнения статики (рис. 6.3).

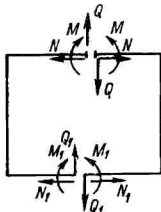


Рис. 6.3. Схема замкнутого жесткого контура

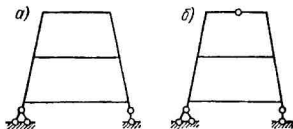


Рис. 6.4. Схемы порталных рам

При наличии в замкнутом контуре шарнира статическая неопределимость снижается на единицу, так как появляется дополнительное уравнение статики. Тогда $L = 3K - Ш$, где L — число лишних связей системы; $Ш$ — число шарниров. На основании этого легко установить степень статической неопределимости любых рамных систем, в которые входят замкнутые контуры и шарниры. Например, в конструкции портала, представленной на рис. 6.4, а, имеется два замкнутых контура; следовательно, он шесть раз статически неопределим. В конструкции портала, показанной на рис. 6.4, б, в верхнем контуре имеется шарнир. Если расцезь ригель по этому шарниру, то в нем будут две неизвестные внутренние силы N и Q . Поэтому верхний контур будет дважды

статически неопределимым. Нижний замкнутый контур не имеет шарниров, и, следовательно, он будет трижды статически неопределимым, и общая статическая неопределимость будет равна пяти ($\mathcal{N} = 2 \cdot 3 - 1 = 5$).

§ 6.2. Канонические уравнения метода сил и их упрощение

Теоремы об упругих системах, рассмотренные в гл. 5, являются основой для современных методов расчета статически неопределимых систем. Различают два метода расчета статически неопределимых систем: метод сил (см. главы 6 и 7) и метод перемещений (см. гл. 8). В расчете статически неопределимых систем по методу сил в качестве неизвестных принимаются внутренние усилия в лишних связях.

Расчет по методу сил статически неопределимых систем в крайнем случае является наиболее распространенным. По этому методу расчет начинают с выбора основной системы. Основной называют такую статически определимую и геометрически неизменяемую систему, которая после удаления лишних связей в заданной системе и замены их неизвестными усилиями находится в таком же напряженно-деформированном состоянии, что и заданная система. Следует иметь в виду, что для одной и той же заданной системы может быть несколько вариантов основной системы. Поэтому нужно стремиться к наиболее рациональной основной системе, в наибольшей степени упрощающей расчет.

После выбора основной системы расчет осуществляется в следующей последовательности. К основной системе кроме заданной нагрузки по направлению отброшенных связей прикладываются неизвестные силы, называемые лишними неизвестными: X_1 , X_2 , X_3 и т. д. Неизвестные силы подбираются с таким расчетом, чтобы перемещения в основной и заданной системах были равны. Перемещения по направлению какой-либо неизвестной силы будут равняться нулю независимо от того, где она приложена — на опоре или в расчлененном элементе, поскольку в заданной системе перемещения по направлению неизвестных сил отсутствуют.

Следующим этапом расчета будет составление уравнений совместности перемещений, которые выражают условие равенства нулю перемещений по направлению каждой лишней связи.

Рассмотрим, например, приведенную на рис. 6.5, а неразрезную балку с числом лишних связей, равным n . Основную систему выберем путем удаления лишних опорных стержней и замены их неизвестными силами (рис. 6.5, б). Столь неудачный в данном случае выбор основной системы сделан специально для того, чтобы сохранить в системе канонических уравнений все их члены. В этом случае система n уравнений может быть записана так:

[illegible]

Уравнения совместности перемещений называются каноническими уравнениями метода сил, поскольку они записываются по определенному закону (канону). Эти уравнения, количество которых равно числу лишних неизвестных, совместно с уравнениями равновесия позволяют раскрыть статическую неопределимость системы, т. е. определить значения лишних неизвестных. Незвестными в них являются реакции отброшенных связей X_1, X_2, X_3 и т. д. (рис 6.5, б). В качестве коэффициентов при неизвестных стоят перемещения основной системы, вызванные единичными силами, действующими по направлению неизвестных (рис 6.5, в—е), и внешней нагрузкой (рис. 6.5, ж).

Левые части уравнений (6.1) выражают суммарные перемещения точек приложения неизвестных сил по их направлениям от действия всех приложенных сил. Поскольку в заданной системе эти перемещения отсутствуют, приравняем их нулю.

Для выяснения смысла уравнений (6.1) рассмотрим содержание одного из них, например второго. Множитель δ_{21} в первом члене представляет собой перемещение точки приложения силы X_2 по ее направлению, вызванное единичной силой X_1 ;

произведение $\delta_{21}X_1$ — перемещение точки 2, вызванное силой X_1 . Следующий член $\delta_{22}X_2$ выражает перемещение точки приложения силы X_2 по ее направлению, вызванное той же силой X_2 , и т. д. Свободный член Δ_{2P} представляет собой перемещение точки приложения силы X_2 по ее направлению, вызванное заданной внешней нагрузкой. Буква Δ для свободного члена ставится в отличие от δ потому, что это перемещение не от единичной силы, а от всей заданной внешней нагрузки, т. е. $\Delta_{2P} = \sum P\delta_{2P}$. Поясним на простом примере, как для заданной системы может быть выбрано несколько вариантов основных систем. Заданная один раз статически неопределимая система показана на рис. 6.6, а. Ее каноническое уравнение $\delta_{11}X_1 + \Delta_{1P} = 0$, откуда $X_1 = -\Delta_{1P}/\delta_{11}$.

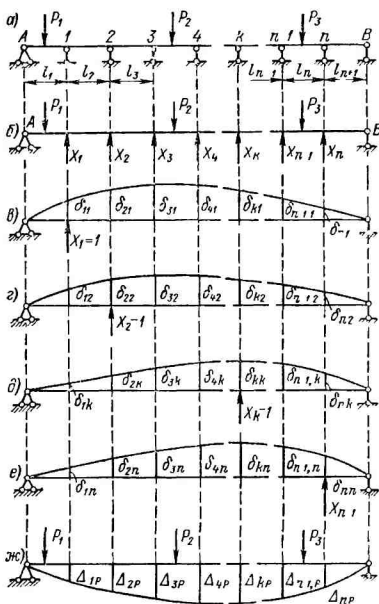


Рис 6.5. Нерезрезная балка

В первом варианте основной системы за лишнюю неизвестную принимается реакция опоры (рис. 6.6, б). Для вычисления перемещений Δ_{1P} и δ_{11} воспользуемся правилом Верещагина (см. § 5.6). Соответствующие эпюры изгибающих моментов приведены на рис. 6.6, в и г. Знаков на эпюрах не ставим и изображаем их на растянутом волокне. Такой способ особенно удобен при расчетах рамных систем. Перемещение (см) от внешней нагрузки

$$\Delta_{1P} = \frac{1}{EJ} \omega_P y_1 = -\frac{1}{EJ} \frac{1}{2} \frac{Pl}{2} \frac{l}{2} \frac{5}{6} = -\frac{5Pl^3}{48EJ},$$

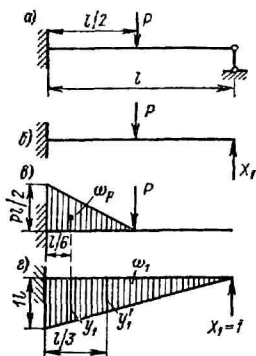


Рис. 6.6. Пример выбора основной системы как консольной балки

где Δ_{1P} — прогиб. Знак минус ставится потому, что у эпюры растянутым под действием силы P

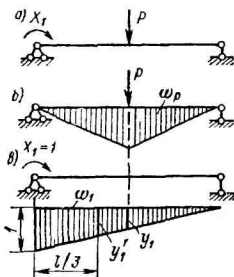


Рис. 6.7. Пример выбора основной системы как двухопорной балки

является верхнее волокно балки, а под действием единичной силы X верхнее волокно сжато. При этом ордината y_1 измеряется в сантиметрах

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ} \omega_1 y_1' = \frac{1}{EJ} \frac{1}{2} l^2 \frac{2}{3} l = \frac{l^3}{3EJ}.$$

Тогда

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = \frac{5Pl^3}{48EJ} \frac{3EJ}{l^3} = \frac{5}{16} P.$$

Момент в заделке $M = -Pl/2 + X_1 l = -Pl/2 + 5Pl/16 = -3Pl/16$.

Во втором варианте основной системы за лишнюю неизвестную X_1 принимается момент в заделке (рис. 6.7, а). Эпюры моментов от сил P и X_1 приведены соответственно на рис. 6.7, б и в. Перемещение от внешней нагрузки

$$\Delta_{1P} = \frac{1}{EJ} \omega_P y_1 = \frac{1}{EJ} \frac{1}{4} \frac{Pl}{2} \frac{l}{2} = \frac{Pl^2}{16EJ}.$$

При этом ордината y_1 измеряется в радианах, так как Δ_{1P} — это угол поворота:

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ} \omega_1 y_1' = \frac{1}{EJ} \frac{l}{2} \frac{2}{3} = \frac{l}{3EJ};$$

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = -\frac{Pl^2}{16EJ} \frac{3EJ}{l} = -\frac{3Pl}{16}.$$

В данном примере рассмотренные варианты основных систем в дальнейших вычислениях никакой экономии не дают. Однако, как будет показано далее, во многих случаях рациональный выбор основной системы может существенно упростить вычисления системы уравнений (6.1).

Канонические уравнения представляют собой систему линейных уравнений, решение которых не представляет принципиальных трудностей, однако при большом числе уравнений трудоемко. В первую очередь надо вычислить большое число перемещений. Коэффициенты при неизвестных образуют квадратную симметричную матрицу (6.1)

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} & \dots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} & \dots & \delta_{2n} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \delta_{33} & \dots & \delta_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & \delta_{n3} & \dots & \delta_{nn} \end{bmatrix}$$

В представленной матрице коэффициенты δ_{ii} называются главными перемещениями, а δ_{ij} ($i \neq j$) — побочными. Главные перемещения, расположенные по диагонали матрицы, всегда положительны, что следует из формулы Мора (5.14), и не могут обратиться в нуль. Побочные перемещения, расположенные симметрично по отношению к диагонали матрицы, вследствие закона взаимности перемещений (см. § 5.5) соответственно равны между собой. Побочные перемещения могут быть положительными, отрицательными или обращаться в нуль. Это свойство побочных перемещений дает возможность упрощать систему уравнений (6.1). Необходимо выбирать основную систему так, чтобы возможно большее число побочных перемещений обратилось в нуль. Наиболее простым будет решение, если все побочные перемещения обратятся в нуль. В этом случае все неизвестные будут разделены, т. е.

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1P} = 0, \quad \delta_{22}X_2 + \Delta_{2P} = 0, \quad \dots, \quad \delta_{nn}X_n + \Delta_{nP} = 0.$$

Конечно, такое упрощенное решение удастся получить не всегда. Для решения системы уравнений (6.1) существует ряд способов [2, 5, 11, 12, 14, 15], в том числе в матричной форме с применением цифровых ЭВМ.

Побочные перемещения по правилу Верещагина, когда одна из эпюр моментов прямолинейна, определяются по следующим формулам: $\delta_{nh} = \sum \omega_n y_h / (EJ)$ или $\delta_{nh} = \sum \omega_h y_n / (EJ)$, где y_h и y_n — ординаты прямолинейной эпюры, расположенные под цен-

тром тяжести второй рассматриваемой эпюры. Значение δ_{nk} ($n \neq k$) может равняться нулю при одном из следующих ниже-приведенных условий.

1. Из двух рассматриваемых эпюр моментов, соответствующих состояниям n и k , одна эпюра симметрична, а другая — кососимметрична. Тогда при определении δ_{nk} половина суммы будет иметь один знак, а вторая половина — противоположный.

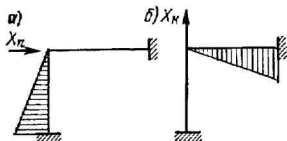


Рис. 6.8. Пример обращения в нуль побочного перемещения

2. На каждом из участков двух рассматриваемых эпюр моментов, соответствующих состояниям n (рис. 6.8, а) и k (рис. 6.8, б), в одной из эпюр моменты по всей длине участка равны нулю.

3. На протяжении каждого участка одна из эпюр прямолинейна и имеет нулевую ординату против центра тяжести другой эпюры соответствующего участка.

Поясним первое и третье правила на примере. На рис. 6.9, а показана заданная система (нагрузка не показана, так как в данном случае это не имеет значения) и неудачный вариант основной системы (рис. 6.9, б). Из единичных эпюр изгибающих моментов M_1 — M_3 (рис. 6.9, в—д) видно, что ни одно из побочных

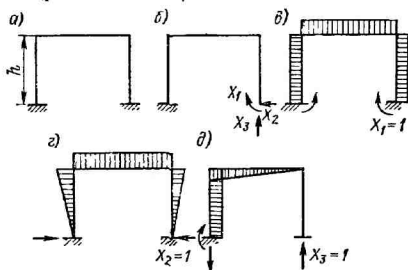


Рис. 6.9. Пример неудачного варианта основной системы

перемещений не обращается в нуль. На рис. 6.10 для той же заданной системы показана такая основная система (рис. 6.10, а), при которой эпюры изгибающих моментов M_1 (рис. 6.10, б) и M_2 (рис. 6.10, в) симметричны, а M_3 кососимметрична (рис. 6.10, г). Тогда в соответствии с первым условием $\delta_{13} = 0$ и $\delta_{23} = 0$. Система уравнений распалась на две — два совместных уравнения с двумя неизвестными и одно уравнение с одним неизвестным:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1P} &= 0; \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2P} &= 0; \\ \delta_{33}X_3 + \Delta_{3P} &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Если рама нагружена симметричной нагрузкой, дающей симметричную эпюру, то $\Delta_{3P} = 0$, т. е. $X_3 = 0$ и система лишь дважды статически неопределима. Если рама нагружена только

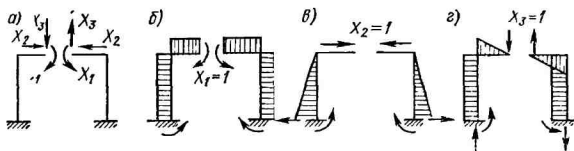


Рис 6.10. Пример варианта основной системы с симметричными и кососимметричными эпюрами

кососимметричной нагрузкой, то $\Delta_{1P} = \Delta_{2P} \approx 0$, т. е. $X_1 = X_2 = 0$ и система лишь один раз статически неопределима. На рис 6.11, а для той же заданной системы приведен еще более

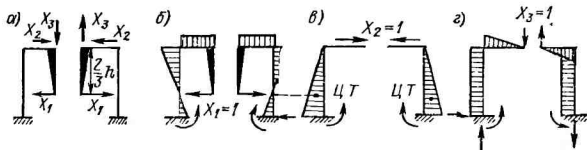


Рис. 6.11. Пример обращения в нуль всех побочных перемещений

рациональный выбор основной системы. Для эпюры M_1 (рис. 6.11, б) использованы силы X_1 на абсолютно жестких консолях ($J = \infty$), приложенные на расстоянии $2h/3$ от ригеля. Это в соответствии с третьим условием дает $\delta_{12} = 0$, так как на эпюре M_2 (рис 6.11, в) ее центр тяжести ЦТ также находится на расстоянии $2h/3$. Эпюра M_3 приведена на рис. 6.11, г. Таким образом, все три побочных перемещения равны нулю и совместная система (6.1) распадается на три самостоятельных уравнения: $\delta_{11}X_1 + \Delta_{1P} = 0$; $\delta_{22}X_2 + \Delta_{2P} = 0$; $\delta_{33}X_3 + \Delta_{3P} = 0$.

Рассмотрим способы решения статически неопределимых задач в тех случаях, когда заданная нагрузка несимметрична (рис. 6.12, а, г). Рамы эти трижды статически неопределимы. Заменим каждую из этих задач двумя задачами, в сумме им эквивалентными: с симметричными (рис. 6.12, б, д) и кососимметричными нагрузками

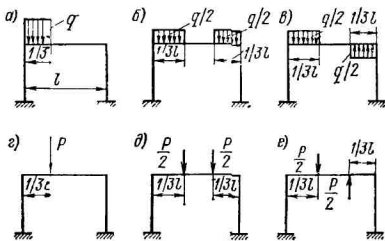


Рис 6.12. Примеры несимметричного нагружения

(рис. 6.12, в, е). Основную систему примем по рис. 6.11. При симметричной нагрузке $\Delta_{3p} = 0$, т. е. $X_3 = 0$ и задача дважды статически неопределима, а при кососимметричной нагрузке $\Delta_{1p} = \Delta_{2p} = 0$, т. е. $X_1 = X_2 = 0$ и задача один раз статически неопределима.

§ 6.3. Учет влияния изменения температуры и неточностей изготовления и монтажа конструкций

Канонические уравнения для расчета статически неопределимых систем от действия изменения температуры на Δt отличаются от канонических уравнений при действии внешней нагрузки тем, что свободные члены Δ_{1p} , Δ_{2p} , ..., Δ_{np} и т. д. заменяются перемещениями Δ_{1t} , Δ_{2t} , ..., Δ_{nt} и т. д., представляющими собой температурные перемещения в основной системе по направлению лишних неизвестных $X_1, X_2, \dots, X_n$. Перемещения $\delta_{11}, \delta_{12}, \dots, \delta_{1n}$ имеют те же значения, что и при расчете на внешнюю нагрузку, а уравнения имеют следующий вид:

$$\delta_{k1}X_1 + \delta_{k2}X_2 + \dots + \delta_{kn}X_n + \Delta_{kt} = 0,$$

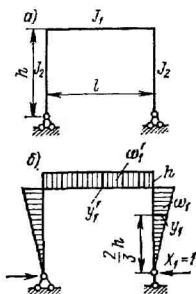


Рис. 6.13. Портал при изменении температуры на Δt

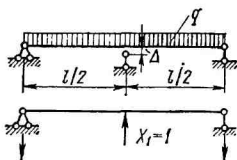


Рис. 6.14. Трехпролетная балка с зазором у средней опоры

где Δ_{kt} — перемещение в основной системе от действия изменения температуры по направлению неизвестного X_k .

Рассмотрим определение усилий, возникающих в портале в результате линейного перемещения его верхнего строения при изменении температуры на Δt (рис. 6.13, а). Каноническое уравнение будет иметь вид $\delta_{11}X_1 + \Delta_{1t} = 0$, откуда $X_1 = -\Delta_{1t}/\delta_{11}$, где $\Delta_{1t} = -\alpha l \Delta t$, если Δt положительно, так как Δ_{1t} направлено в сторону, обратную δ_{11} . Здесь α — коэффициент линейного расширения. Перемещение (рис. 6.13, б)

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{2}{EJ_2} \omega_1 y_1 + \frac{1}{EJ_1} \omega'_1 y'_1 = \frac{2}{EJ_2} \frac{h^2}{2} \frac{2}{3} h + \frac{1}{EJ_1} h^2 l = \\ &= \frac{h^3}{3EJ_1} (2hk + 3l), \end{aligned}$$

где $k = J_1/J_2$. Тогда $X_1 = 3EJ_1 \alpha l \Delta t / h^3 (2hk + 3l)$.

Канонические уравнения при расчете на перемещение опор имеют отличие лишь в том, что свободные члены $\Delta_{1P}, \Delta_{2P}, \dots, \Delta_{nP}$ заменяются членами $\Delta_{10c}, \Delta_{20c}, \dots, \Delta_{n0c}$, представляющими перемещения по направлению лишних неизвестных, вызванных осадкой опор. Канонические уравнения будут иметь следующий вид:

$$\delta_{k1}X_1 + \delta_{k2}X_2 + \dots + \delta_{kn}X_n + \Delta_{k0c} = 0.$$

Рассмотрим в качестве примера трехопорную балку, у которой в процессе монтажа у средней опоры был допущен зазор Δ (рис. 614). Каноническое уравнение будет иметь вид $\delta_{11}X_1 + \Delta_{10c} = 0$. Как известно, $\delta_{11} = l^3/48EJ$, а в данном случае $\Delta_{10c} = -(\Delta_{1P} - \Delta)$, где $\Delta_{1P} = 5ql^4/384EJ$. Таким образом,

$$X_1 = -\frac{\Delta_{10c}}{\delta_{11}} = \frac{\Delta_{1P} - \Delta}{\delta_{11}} = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EJ} - \frac{48EJ}{l^3} \Delta = \frac{5}{8} ql - \frac{\Delta 48EJ}{l^3}.$$

Если $\Delta = 0$, то $X_1 = 5ql/8$. Если $\Delta \geq 5ql^4/384EJ$, то $X_1 = 0$. Изгибающий момент в середине пролета $M_{0,5l} = ql^2/8 - X_1l/4 = ql^2/8 - 5ql^3/32 + \Delta 12EJ/l^2$. Изгибающий момент из-за зазора $\Delta M' = \Delta 12EJ/l^2 = \Delta 6EWh/l^2$, а напряжения $\sigma' = \Delta M'/W = 6E\Delta h/l^2$. Принимая $E = 0,2$ МПа, $\Delta/l = 1/1000$ и $h/l = 1/20$, получаем, что $\sigma' = 60$ МПа, т. е. весьма большой величине.

Глава 7

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА СИЛ К РАСЧЕТУ РАЗЛИЧНЫХ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ СИСТЕМ

Неразрезной называется статически неопределимая балка, которая имеет не менее двух пролетов и не имеет шарниров или разрезов. Статически определимой неразрезная двухпролетная балка может быть только в том случае, когда она закреплена тремя опорными стержнями, не пересекающимися в одной точке и не параллельными между собой (рис. 7.1).

§ 7.1. Расчет неразрезных балок

Степень статической неопределимости неразрезной балки определяется в зависимости от числа пролетов n и ее схемы. Если на концах балки опоры шарнирные (рис. 7.2, а), то при числе пролетов n степень статической неопределимости будет равна $n - 1$; в случае заделки с одного конца (рис. 7.2, б) число лишних связей будет равно n ; при заделке одного конца и опирании другого на неподвижную опору (рис. 7.2, в) число неизвестных равно $n + 1$.

Поэтому шестипролетные балки, изображенные на рис. 7.2, а, будут иметь пять лишних связей, на рис. 7.2, б — шесть связей, на рис. 7.2, в — семь лишних связей, так как опирание правой опоры эквивалентно двум опорным стержням.

Следует отметить, что неразрезные балки экономичнее разрезных, так как изгибающие моменты и деформации их при одной и той же нагрузке, как правило, меньше. Недостатком неразрезных балок является повышенная чувствительность их к неравномерной осадке опор, к неточности монтажа, вызывающим, наряду с изменением температуры, дополнительные напряжения.

Выбор основной системы. При выборе основной системы, как и для других видов статически неопределимых систем, следует стремиться к тому, чтобы по возможности упростить канонические уравнения.

Например, на рис. 7.3, б показана основная система, полученная

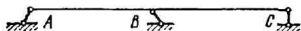


Рис. 7.1. Статически определимая двухпролетная балка:
А, В, С — опорные стержни

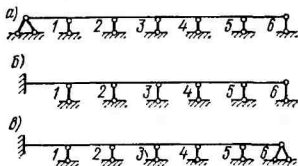


Рис. 7.2. Неразрезные балки

путем удаления из заданной системы (рис. 7.3, а) лишних опорных стержней. Такая система будет самой неудачной, так как любая сила X_n вызывает перемещения по направлению всех остальных неизвестных. В случае действия единичной силы X_n уравнение будет иметь следующий вид (рис. 7.3, в):

$$\delta_{n1}X_1 + \delta_{n2}X_2 + \delta_{n3}X_3 + \dots + \delta_{nn}X_n + \delta_{n,n+1}X_{n+1} + \Delta_{nP} = 0. \quad (7.1)$$

Если в качестве основной системы взять систему разрезных балок, образованную из заданной путем введения шарниров в опорные сечения лишних связей (рис. 7.3, г), то уравнение существенно упростится. В этом случае любой из приложенных на опоре моментов будет вызывать деформацию только в двух смежных пролетах по обе стороны от опоры. Для того чтобы подчеркнуть, что речь идет о моментах, а не о силах, заменим обозначения X обозначениями M (рис. 7.3, г). Например, единичный момент M_n (рис. 7.3, д) будет вызывать перемещения только по направлениям неизвестных M_{n-1} , M_n и M_{n+1} . Следовательно, в этой основной системе большое число побочных перемещений обращается в нуль.

Уравнение трех моментов. На рис. 7.4, а показана неразрезная многоопорная балка. В основной системе жесткую связь на каждой опоре заменим на шарнирную. В результате получим совокупность однопролетных шарнирно опертых балок (рис. 7.4, б).

За неизвестные примем изгибающие моменты, действующие в опорных сечениях, и обозначим их $M_1, \dots, M_{n-1}, M_n, M_{n+1}$. Предположим, что все моменты имеют одно направление — растягивают нижние волокна балки. Если для какого-то момента получим отрицательное значение, то это будет означать, что момент направлен в другую сторону.

Для определения взаимного поворота сечений (перелома упругой линии на опоре i) возьмем три смежные опоры $n-1, n$ и $n+1$

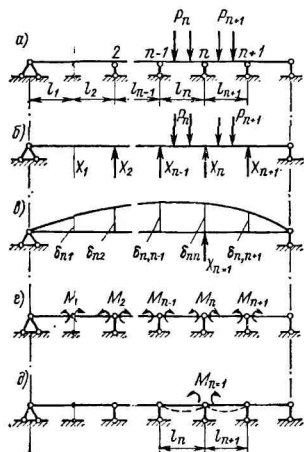


Рис. 7.3. Примеры основных систем неразрезной балки

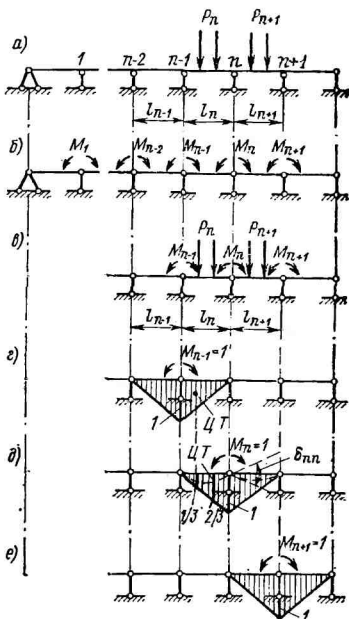


Рис. 7.4. Определение побочных перемещений δ_{n-1}, δ_n и δ_{n+1}

(рис. 7.4, в). Приложим в опорах единичные изгибающие моменты M_{n-1}, M_n и M_{n+1} (рис. 7.4, г—е). Из построенных эпюр видно, что каждая из эпюр, например эпюра M_n , перекрывается только частями эпюр M_{n-1} и M_{n+1} , а эпюрами остальных единичных состояний не перекрывается. Поэтому в каждом каноническом уравнении будет не более трех неизвестных (в первом и последнем — по два) и каноническое уравнение для перелома сечений на опоре n , которого в действительности нет, будет равно нулю и иметь следующий вид:

$$\delta_{n,n-1}M_{n-1} + \delta_{nn}M_n + \delta_{n,n+1}M_{n+1} + \Delta_{nP} = 0. \quad (7.2)$$

Для нахождения M_{n-1} , M_n и M_{n+1} надо определить коэффициенты при неизвестных. Пренебрегая влиянием поперечных сил на деформацию балки, получим $\delta_{ik} = \sum \int \frac{M_i M_k}{EJ} ds$.

Поскольку моменты инерции в разных пролетах могут быть разными, то для упрощения расчетов более целесообразно вычислять не δ_{ik} , а произведение $EJ_0 \delta_{ik}$, где J_0 — произвольный момент инерции.

Коэффициенты при неизвестных определяются путем перемножения единичных эпюр:

$$\begin{aligned} EJ_0 \delta_{n, n-1} &= \sum \int M_n M_{n-1} \frac{J_0}{J} ds = \frac{l_{n1}}{2} \frac{1}{3} \frac{J_0}{J_n} = \frac{1}{6} l'_n; \\ EJ_0 \delta_{nn} &= \sum \int M_n^2 \frac{J_0}{J} ds = \frac{1}{3} \left(\frac{J_0}{J_n} l_n + \frac{J_0}{J_{n+1}} l_{n+1} \right) = \frac{1}{3} (l'_n + l'_{n+1}); \\ EJ_0 \delta_{n, n+1} &= \sum \int M_n M_{n+1} \frac{J_0}{J} ds = \frac{l_{n+1}}{2} \frac{1}{3} \frac{J_0}{J_{n+1}} = \frac{1}{6} l'_{n+1}; \end{aligned}$$

величины l'_n и l'_{n+1} называются приведенными пролетами и равны $l'_n = J_0 l_n / J_n$; $l'_{n+1} = J_0 l_{n+1} / J_{n+1}$.

Определим теперь поворот сечения на опоре n от заданной нагрузки, приложенной в пролетах l_n и l_{n+1} , так как он зависит от загрузки только этих пролетов (рис. 7.5, а):

$$EJ_0 \Delta_{nP} = \sum \int M_n M_P \frac{J_0}{J} ds.$$

Так как эпюра единичного состояния M_n (рис. 7.5, в) состоит из двух прямых участков, то перемещение Δ_{nP} определяется по правилу Верещагина как произведение площади криволинейной эпюры M_P на ординату из прямоугольной эпюры, находящуюся под центром тяжести (ЦТ) эпюры M_P . Отсюда

$$EJ_0 \Delta_{nP} = \frac{J_0}{J_n} \frac{a_n}{l_n} \omega_n + \frac{J_0}{J_{n+1}} \frac{b_{n+1}}{l_{n+1}} \omega_{n+1}, \quad (7.3)$$

где ω_n и ω_{n+1} — площади эпюр; a_n , b_n и a_{n+1} , b_{n+1} — расстояния от центров тяжести (ЦТ) эпюр до опор. Произведение $\omega_n a_n / l_n$ представляет собой правую опорную реакцию B_n^Φ пролета l_n от фиктивной нагрузки ω_n . Аналогично произведение $\omega_{n+1} b_{n+1} / l_{n+1}$ представляет собой левую опорную реакцию A_{n+1}^Φ пролета l_{n+1} от фиктивной нагрузки ω_{n+1} . Тогда

$$EJ_0 \Delta_{nP} = J_0 B_n^\Phi / J_n + J_0 A_{n+1}^\Phi / J_{n+1}. \quad (7.4)$$

Подставляя полученные значения в уравнение (7.2), получим $\frac{1}{6} l'_n M_{n-1} + \frac{1}{3} (l'_n + l'_{n+1}) M_n + \frac{1}{6} l'_{n+1} M_{n+1} + \frac{J_0}{J_n} B_n^\Phi + \frac{J_0}{J_{n+1}} A_{n+1}^\Phi = 0$.

В том случае, когда момент инерции постоянен во всех пролетах, т. е. $J_0 = J$, уравнение имеет вид

$$l_n M_{n-1} + 2(l_n + l_{n+1}) M_n + l_{n+1} M_{n+1} = -6(B_n^\Phi + A_{n+1}^\Phi). \quad (7.5)$$

Это уравнение называется уравнением трех моментов, так как оно связывает три неизвестных опорных момента. Для расчета неразрезной балки нужно составить столько уравнений, сколько лишних неизвестных она имеет. В случае, когда конец балки заделан, при расчете вводится фиктивный пролет длиной l_0 , стремящийся к нулю, с шарнирной опорой.

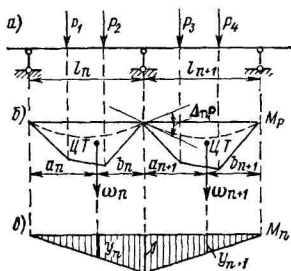


Рис. 7.5. Определение побочного перемещения Δ_{nR}

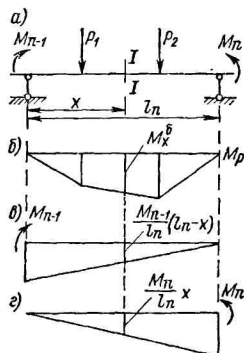


Рис. 7.6. Эпюры M и Q в заданном сечении промежуточного пролета неразрезной балки

Зная опорные моменты, легко можно определить величины изгибающих моментов и поперечных сил в любом сечении балки. На рис. 7.6, а представлен один из пролетов неразрезной балки длиной l_n , загруженный внешней нагрузкой. Эпюра изгибающих моментов от действия внешней нагрузки приведена на рис. 7.6, б,

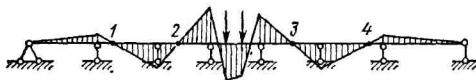


Рис. 7.7. Схема неразрезной балки с одним загруженным пролетом

а эпюры опорных моментов — на рис. 7.6, в и г. Изгибающий момент в сечении $I—I$ на расстоянии x от левой опоры пролета l_n будет

$$M_x = M_x^0 + M_{n-1} (l_n - x)/l_n + M_n x/l_n, \quad (7.6)$$

а перерезывающая сила в том же сечении —

$$Q_x = Q_x^0 + (M_n - M_{n-1})/l_n, \quad (7.7)$$

где M_x^0 , Q_x^0 — соответственно изгибающий момент и поперечная сила в простой балке от заданной нагрузки.

Метод моментных фокусов. Пусть у неразрезной балки загружен только один пролет (рис. 7.7). Используя теорему о трех мо-

ментах, при составлении системы канонических уравнений (6.1) находим, что на ненагруженных пролетах эпюры изгибающих моментов будут ограничены прямыми, проходящими через нулевые точки 1—4. Эти нулевые точки называются моментными фокусами.

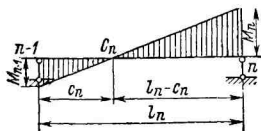


Рис. 7.8. Схема к определению положения моментного фокуса

не зависит от величины момента M_n . Это видно из того, что если бы момент M_n увеличился или уменьшился в какое-то количество раз или даже изменил знак, то по закону независимости действия сил все ординаты эпюры изгибающих моментов на рис. 7.8 должны были бы получить соответствующие изменения. При этом точки, где изгибающий момент равен нулю, останутся нулевыми. Использование метода моментных фокусов может быть весьма полезно при расчете неразрезных балок [2, 11, 14].

§ 7.2. Расчет статически неопределимых ферм

Практически все фермы из-за наличия жесткости в узловых соединениях являются статически неопределимыми конструкциями. Возможность пренебрежения жесткостью узлов при расчете ферм практически допустима. В настоящем параграфе фермы рассматриваются как шарнирно-стержневые системы.

Применяемые в кранах фермы могут быть как внутренне, так и внешне статически неопределимыми, а также одновременно статически неопределимыми — и внешне, и внутренне.

На рис. 7.9, а показана опора верхнего строения крана, которая из-за затяжки между нижними опорами является один раз внутренне статически неопределимой. За основную систему следует принять конструкцию без затяжки с единичной силой X_1 в направлении затяжки.

Тогда каноническое уравнение будет иметь вид $(\delta_{31}l_3 + \delta_{11})X_1 + \Delta_{1P} = 0$, где δ_{11} и Δ_{1P} определяются по формуле (5.16), а удлинение затяжки от силы $X_1 = 1$ $\delta_{31} = l_3/EF_3$, где l_3 и F_3 — длина и

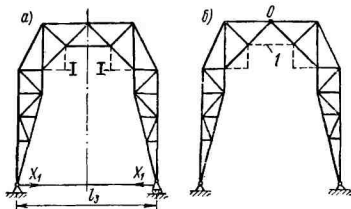


Рис. 7.9. Расчетные схемы опоры крана

площадь поперечного сечения затяжки. Отсюда неизвестно усилие

$$X_1 = - \frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11} + \delta_{11}} = - \frac{\sum N_{i1} N_{iP} l / F}{l_3 / F_3 + \sum N_{i1}^2 l / F}, \quad (7.8)$$

где N_{i1} и N_{iP} — усилия в стержнях фермы (основной системы) от силы X_1 и от внешней нагрузки (на рис. 7.9 не показана), которые могут быть определены, например, с помощью построений диаграмм Максвелла—Кремоны. Для определения значения X_1 по формуле (7.8) длины стержней l известны и необходимо задаться сечениями всех стержней фермы. Для первоначального определения сечений стержней можно статически неопределимую систему заменить статически определимой (пренебречь влиянием затяжки). При этом найденные усилия в стержнях будут несколько преувеличены и после нахождения значения X_1 по формуле (7.8) может потребоваться пересчет. Если затяжка мощного сечения, что иногда имеет место, то ее продольной деформацией можно пренебречь и тогда фермы надлежит рассматривать как внешне статически один раз неопределимую систему, а

$$X_1 = - \frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = - \frac{\sum N_{i1} N_{iP} l / F}{\sum N_{i1}^2 l / F}. \quad (7.9)$$

Существуют также искусственные приемы создания статически определимых систем для предварительного определения сечений стержней. Так, во внешне статически неопределимой системе (рис. 7.9, б), если отбросить стержень 1, то ферма делается статически определимой (трехшарнирная арка с верхним шарниром 0). Практика расчетов таких крановых опор показывает, что обычно при таком приеме пересчет сечений не требуется. Окончательно усилие в любом стержне определяется по формуле

$$N = N_P + N_1 X_1. \quad (7.10)$$

Вычисления удобно располагать в следующей табличной форме:

Номер стержня	l/F	N_1	N_P	$N_1^2 l / F$	$N_1 N_P l / F$	N
:	:	:	:	$\sum N_{i1}^2 l / F$	$\sum N_{i1} N_{iP} l / F$	:

При расчете фермы на заданное температурное воздействие каноническое уравнение будет иметь вид

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1t} = 0, \quad (7.11)$$

где $\Delta_{1t} = \alpha \sum N_{i1} l \Delta t$. Здесь α — коэффициент линейного расширения; Δt — изменение температуры стержня по сравнению

с начальной; N_{i1} — усилие, вызванное единичной силой X
Тогда

$$X_1 = -\Delta_{11}/\delta_{11} = -E\alpha \sum N_{i1} l \Delta t / (\sum N_{i1}^2 l / F), \quad (7.12)$$

так как $\delta_{11} = \sum N_{i1}^2 l / EF$. Усилие в любом стержне выразится формулой $N = N_1 X_1$.

§ 7.3. Расчет статически неопределимых систем на действие подвижной нагрузки

Расчет балочных конструкций на действие подвижной нагрузки основывается на построении линий влияния для опорных реакций R , изгибающих моментов M , перерезывающих сил Q .

Для построения линий влияния в статически неопределимой конструкции надо, выбрав для нее основную систему, решить статически неопределимую задачу от действия единичной силы P , находящейся на произвольном расстоянии x от опоры на данном пролете. Покажем построение линий влияния на некоторых примерах.

Пусть дана один раз статически неопределимая балка (рис. 7.10, а). Основная система приведена на рис. 7.10, б. Из канонического уравнения $\delta_{11} X_1 + \Delta_{1P} = 0$ находим $X_1 = -\Delta_{1P} / \delta_{11}$. Пользуясь правилом Верещагина (см. § 5.6), определяем Δ_{1P} (рис. 7.10, в, г) и δ_{11} (рис. 7.10, г). Тогда

$$\Delta_{1P} = -\frac{1}{EJ} \frac{x^2}{2} \left(l - \frac{x}{3} \right); \quad \delta_{11} = \frac{1}{EJ} \frac{l^2}{2} \frac{2}{3} l; \quad X_1 = \frac{x^2 (3l - x)}{2l^3}.$$

Таким образом, X_1 представляет собой кубическую параболу. Линия влияния реакции опоры B приведена на рис. 7.10, д. Линии влияния перерезывающих сил Q и изгибающих моментов M строим, пользуясь принципом независимости действия сил, путем суммирования линий влияния от единичного груза P и от известной X_1 в основной системе. При этом линия влияния $Q = Q_{P=1} + Q_{x_1=1} X_1$ (рис. 7.10, з), где $Q_{P=1}$ (рис. 7.10, е) и $Q_{x_1=1}$ (рис. 7.10, ж). Аналогично линия влияния $M = M_{P=1} + M_{x_1=1} X_1$ (рис. 7.10, л), где $M_{P=1}$ (рис. 7.10, и) и $M_{x_1=1}$ (рис. 7.10, к).

Пусть дана дважды статически неопределимая трехпролетная балка (рис. 7.11, а). Основная система приведена на рис. 7.11, б. Для составления системы канонических уравнений пользуемся теоремой о трех моментах, применяя формулу (7.5). Пусть единичная сила P находится на первом пролете (рис. 7.11, в). Тогда, учитывая параметры эпюры изгибающих моментов, уравнения будут равны:

$$\begin{aligned} 4IM_1 + 1M_2 &= -6\omega_1 a_1 / l = -6(l-x)xl(l+x)/6l^2 = -(l^2 - x^2)x/l; \\ 1M_1 + 4IM_2 &= 0. \end{aligned}$$

(7.13)

Решая систему уравнений (7.13), находим:

$$M_1 = -\frac{4}{15} \frac{(l^2 - x^2) x}{l^2}; \quad M_2 = \frac{(l^2 - x^2) x}{15l^2}. \quad (7.14)$$

По формулам (7.14) строим линии влияния на первом пролете на рис. 7.11, б, е. Однако если вести расчет с другого конца балки, то будет получаться такой же результат, только обозначения M_1 и M_2 поменяются местами. С учетом этого по формулам (7.14) можно построить линии влияния и для третьего пролета.

Для построения линий влияния во втором пролете надо приложить туда единичную силу P и построить от нее эпюру изгибающих моментов (рис. 7.11, а). Теперь вместо уравнений (7.13) будем иметь:

$$\left. \begin{aligned} 4lM_1 + lM_2 &= -6\omega_2 b_2/l = \\ &= -6(l-x)xl(2l-x)/6l^2 = \\ &= -(l-x)(2l-x)x/l; \\ lM_1 + 4lM_2 &= -6\omega_2 a_2/l = \\ &= -6(l-x)xl(l+x)/6l^2 = \\ &= -(l^2 - x^2)x/l. \end{aligned} \right\} \quad (7.15)$$

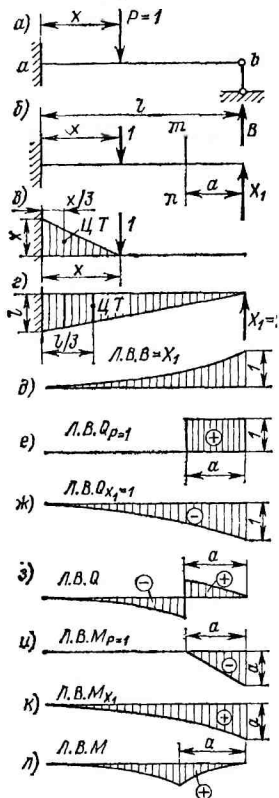


Рис. 7.10. Линии влияния B , Q и M для один раз статически неопределимой балки

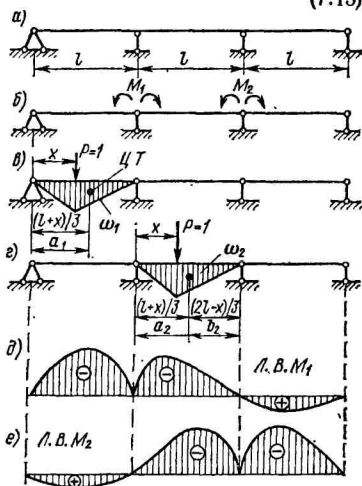


Рис. 7.11. Линии влияния опорных моментов у трехпролетной балки

Решая эту систему, находим:

$$M_1 = - \frac{(l-x)(7l-5x)x}{15l^2} \quad \text{и} \quad M_2 = - \frac{(l-x)(2l+5x)x}{15l^2}. \quad (7.16)$$

Пусть имеется многопролетная балка (рис. 7.12, а). Такие балки, по которым перемещаются тележки, встречаются, например, в козловых кранах и мостовых перегружателях. Для построе-

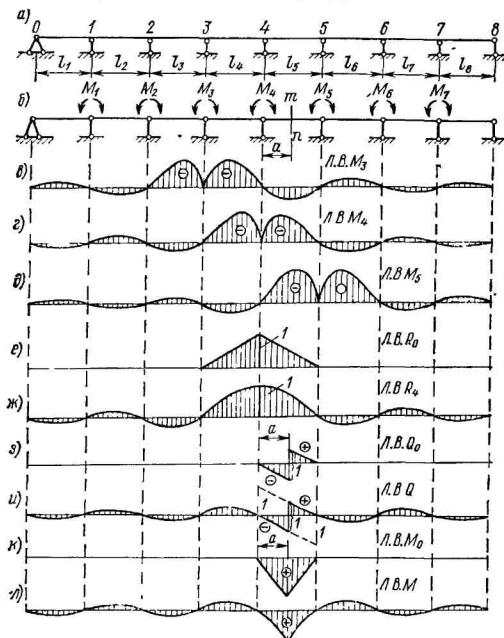


Рис. 7.12. Линии влияния R , Q и M у многопролетной балки

ния линий влияния опорных реакций R , перерезывающих сил Q и изгибающих моментов M надо знать линии влияния соответствующих опорных моментов. Они для многопролетных неразрезных балок приводятся в работе [13]. При этом следует иметь в виду, что при числе опор более четырех линии влияния опорных моментов у средних опор можно принимать такими же, как у балки с бесконечным числом опор. Иногда важно знать, что наибольшее значение опорного момента будет у опоры 1, когда единичная сила P находится в первом пролете, так как отсутствует разгружающее влияние последней безмоментной опоры. Основная си-

стема приведена на рис. 7.12, б. Линии влияния опорных моментов M_3 , M_4 и M_5 (рис. 7.12, в, г, д) будем считать известными.

Линия влияния опорной реакции R_4 представляет собой алгебраическую сумму линий влияния этой опоры в основной системе R_0 (рис. 7.12, е) и трех линий влияния, зависящих от опорных моментов M_3 , M_4 и M_5 . Она строится на основе формулы (рис. 7.12, ж)

$$\begin{aligned} R_4 &= R_0 + (M_5 - M_4)/l_5 + (M_3 - M_4)/l_4 = \\ &= R_0 + M_3/l_4 - (1/l_4 + 1/l_5) M_4 + M_5/l_5. \end{aligned} \quad (7.17)$$

Линия влияния перерезывающей силы в данном сечении $m-n$ представляет собой алгебраическую сумму линий влияния в этом сечении в основной системе Q_0 (рис. 7.12, з) и двух линий влияния, зависящих от опорных моментов M_4 и M_5 . Она строится на основании формулы (рис. 7.12, и)

$$Q = Q_0 + (M_5 - M_4)/l_5. \quad (7.18)$$

Линия влияния изгибающего момента в сечении $m-n$ также представляет собой алгебраическую сумму линий влияния в этом сечении в основной системе M_0 (рис. 7.12, к) и двух линий влияния, зависящих от опорных моментов M_4 и M_5 . Она строится на основании формулы (рис. 7.12, л)

$$M = M_0 + (l_5 - a) M_4/l_5 + a M_5/l_5. \quad (7.19)$$

Следует отметить, что ординаты линий влияния R , Q и M быстро убывают на пролетах, удаленных от загруженного. Это характерное свойство неразрезных балок.

Глава 8

РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ СИСТЕМ МЕТОДОМ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

При расчете статически неопределимых систем методом перемещений МП в качестве неизвестных принимаются угловые и линейные перемещения узлов систем. Определив эти перемещения, можно найти соответствующие усилия, а затем выполнить обычное построение эпюр внутренних изгибающих моментов, продольных и поперечных сил.

В методе перемещений так же, как и в методе сил МС, выбирается своя основная система, позволяющая легко строить эпюры, вызываемые всевозможными воздействиями. Но в отличие от МС основная система получается не устранением лишних связей, а добавлением новых дополнительных связей, которые препятствуют угловым и линейным перемещениям узлов исходной си-

стемы. Перемещения концов отдельного стержня, входящего в состав, например рамной конструкции, определяются перемещениями узлов системы, к которым он примыкает. Следовательно, необходимо определение угловых и поступательных перемещений узлов.

§ 8.1. Определение числа неизвестных

Вводимые в основную систему дополнительные связи имеют вид моментной (угловой) связи, которая препятствует повороту узла, но не мешает линейной подвижности узла, или силовой (поступательной) связи, которая препятствует только линейному перемещению узла. Угловые связи накладываются на все жесткие узлы системы, а линейные — там, где есть независимые поступательные перемещения узлов.

На рис. 8.1, а показан неподвижный портал рамной конструкции, который служит основой для разнообразных типов кранов. В качестве нагрузки приняты полезная G и линейная q от ветра. Дополнительные угловые связи для данной системы накладываются в узлах B и C . Для определения числа независимых линейных перемещений узлов рамы подсчитывается степень упругой подвижности системы Π . Определение ее для рам базируется на следующих допущениях, принятых в МП: 1) концы стержней, соединенных жестко в узле, поворачиваются на один и тот же угол, т. е. угол между стержнями при деформации не меняется; 2) не учитывается влияние продольных N и поперечных Q сил на перемещения узлов; 3) расстояния между узлами при изгибе прямых стержней не меняются; 4) углы поворота вследствие малых значений принимаются равными их тангенсам.

Для рамы (рис. 8.1, а) изобразим шарнирную схему (рис. 8.1, б) путем установки шарниров в узлах B и C . Степень упругой подвижности равна $\Pi = 3C - 2\Pi$, где C — число стержней рамы; 3 — число степеней свободы стержня на плоскости; Π — число простых шарниров; 2 — число связей, накладываемых простым шарниром. Для рассматриваемого случая $\Pi = 3 \times 3 - 2 \times 4 = 1$, т. е. имеем одно независимое поступательное (линейное) перемещение узлов B и C по горизонтали. Следовательно, необходимо ввести одну дополнительную связь, например в узле B , препятствующую этому перемещению. Число независимых поступательных перемещений равно числу дополнительных связей, обращающих шарнирную схему в геометрически неизменяемую. Перемещениями узлов B и C по вертикали вследствие продольных деформаций стержней пренебрегаем.

На рис. 8.1, в показана основная система по МП, имеющая $n_y = 2$ — число угловых связей и $n_d = 1$ — число линейных связей. Степень кинематической неопределимости по МП равна $k_n = n_y + n_d$. Для этой же рамы при расчете по МС степень статической неопределимости $c_n = 1$. В общем случае $k_n \neq c_n$.

На рис. 8.2 показана безраскосная ферма мостового крана. Для этой фермы $c_n = 3n = 3 \times 7 = 21$, где n — число замкнутых

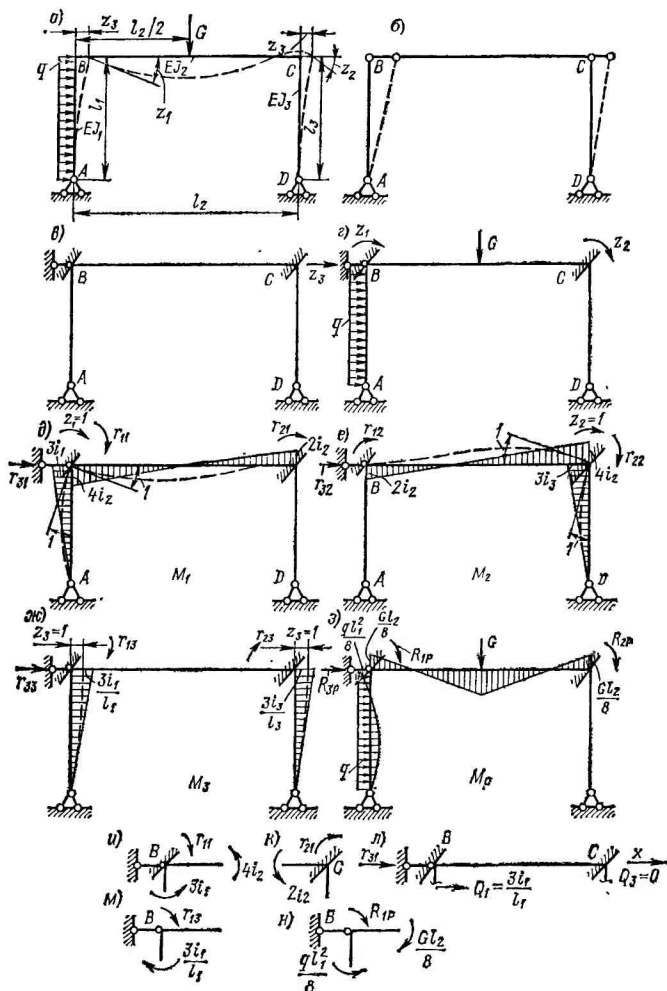


Рис. 8.1. К расчету неподвижного портала методом перемещений: а — схема нагрузки на портал; б — шарнирная схема рамы портала; в — основная система по МП; г — система, эквивалентная заданной; д, е, ж — единичные эпюры M_1 — M_3 ; з — грузовая эпюра; и — равновесие узла B при $z_1 = 1$; к — равновесие узла C при $z_1 = 1$; л — равновесие стержня BC при $z_1 = 1$; м — равновесие узла B при $z_2 = 1$; н — равновесие узла B при учете действия внешней нагрузки

контуров. Величина $k_n = 16 + 7 = 23$. Основная система (рис. 8.1, в) представляет собой сочетание стандартных элементов — балки BC , защемленной по концам, и балок AB и CD , защемленных на одном конце и шарниро опертых — на другом. Решения для некоторых стандартных балок при действии нагрузки и смещении их концов, в том числе для балок, из которых образуются основные системы по рис. 8.1, в, приведены в табл. 8.1. Отсюда следует, что основная система МП может быть получена

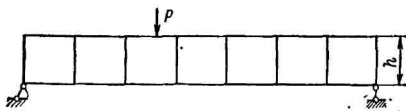


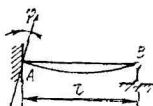
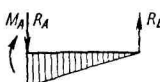
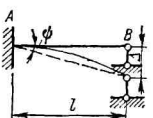
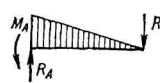
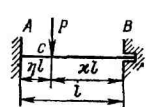
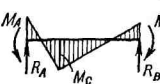
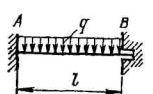
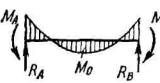
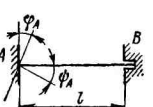
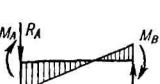
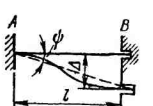
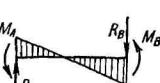
Рис. 8.2. Безраскосная ферма мостового крана

единственным способом. В этом главное преимущество МП по сравнению с МС, что особенно существенно при расчете на ЭВМ. Для устранения противоречий между заданной системой (см. рис. 8.1, а) и основной (см. рис. 8.1, в) переместим каждую дополнительную связь последней на величину перемещения z_1, z_2, z_3 в заданной. Эти перемещения приводят к возникновению реакций наложенных связей. От действия нагрузки в этих же связях также имеют место реакции. Так, в i -й связи суммарная реакция R_i (z_1, z_2, z_3, P) является функцией перемещений z_1, z_2, z_3 и нагрузки P . Эта реакция равна нулю, если в заданной системе в рассматривае-

Таблица 8.1

Реакции и изгибающие моменты балок постоянного сечения

Схема нагрузки	Эпюры $M_{изг}$ и реакции	Формулы
		$M_A = -\frac{Pl}{2} \kappa (1 - \kappa^2)$ $M_C = \frac{Pl}{2} \eta^2 \kappa (3 - \eta)$ $R_A = \frac{P\kappa}{2} (3 - \kappa^2)$ $R_B = \frac{P\eta^2}{2} (3 - \eta)$
		$M_A = -\frac{ql^2}{8}$ $R_A = \frac{5}{8} ql$ $R_B = \frac{3}{8} ql$

Схема нагрузки	Эпюры M изг и реакции	Формулы
		$M_A = \frac{3EJ}{l} \varphi_A$ $-R_A = +R_B = +\frac{3EJ}{l^2} \varphi_A$
		$M_A = -\frac{3EJ}{l^2} \Delta = -\frac{3EJ}{l} \psi$ $R_A = -R_B = \frac{3EJ}{l^3} \Delta = \frac{3EJ}{l^2} \psi$
		$M_A = -\eta \kappa^2 P l$ $M_B = -\eta^2 \kappa P l$ $M_C = 2\eta^2 \kappa^2 P l$ $R_A = \kappa^2 (1 + 2\eta) P$ $R_B = \eta^2 (1 + 2\kappa) P$
		$M_A = M_B = -\frac{ql^2}{12}$ $R_A = R_B = \frac{ql}{2}$ $M_C = +\frac{ql^2}{24}$
		$M_A = \frac{4EJ}{l} \varphi_A$ $M_B = \frac{2EJ}{l} \varphi_A$ $R_A = -R_B = \frac{6EJ}{l^2} \varphi_A$
		$M_B = -M_A = \frac{6EJ}{l^2} \Delta = \frac{6EJ}{l} \psi$ $R_A = -R_B = \frac{12EJ}{l^3} \Delta =$ $= \frac{12EJ}{l^2} \psi$

мом узле не приложено никакой силы в направлении дополнительной связи. При этом основная система с наложенными связями (см. рис. 8.1, *г*) эквивалентна заданной. Полагая $i = 1, 2, 3$, получим три уравнения равновесия:

$$\left. \begin{aligned} R_1(z_1, z_2, z_3, P) &= 0; \\ R_2(z_1, z_2, z_3, P) &= 0; \\ R_3(z_1, z_2, z_3, P) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (8.1)$$

Далее решаем систему уравнений (8.1) относительно z_1, z_2, z_3 .

§ 8.2. Канонические уравнения метода перемещений

Развернем i -е уравнение системы (8.1), применяя принцип независимости действия сил:

$$R_i(z_1, z_2, z_3, P) = R_{iz_1} + R_{iz_2} + R_{iz_3} + R_{iP} = 0.$$

Используя обозначения $R_{izj} = r_{ij}z_j$, где r_{ij} — реакция i -й связи, вызванная единичным перемещением z_j j -й связи, получим i -е каноническое уравнение по МП при $i = 1, 2, 3$

$$r_{i1}z_1 + r_{i2}z_2 + r_{i3}z_3 + R_{ip} = 0, \quad (8.2)$$

где R_{ip} — реакция i -й связи от действия заданной внешней нагрузки.

Реакции r_{ii} называются собственными, а r_{ij} ($i \neq j$) — побочными. По теореме Релея [2, 14] о взаимности реакций [см. формулу (5.12)] имеем $r_{ij} = r_{ji}$ ($i \neq j$).

В общем случае при n дополнительных связях получим систему канонических уравнений в виде:

[illegible]

Коэффициенты r_{ij} и свободные члены R_{ip} канонических уравнений могут быть найдены с помощью статического или общего способа, основанного на теореме о взаимности работ.

Рассмотрим применение статического способа, продолжив решение на примере рамы портала (см. рис. 8.1, а). В основе способа лежит использование уравнений статики: так как коэффициенты и свободные члены канонических уравнений являются реакциями связей основной системы, то их можно определить из уравнений равновесия. Реакция в виде момента определяется из условия равновесия вырезанного узла основной системы, реакция в виде силы — из уравнения равновесия какой-либо ее отсеченной части.

На рис. 8.1, δ —з построены единичные и грузовая эпюры. Направления определяемых перемещений и реакций те же, что и на рис. 8.1, $г$. Единичная эпюра M_1 при $z_1 = 1$, $z_2 = z_3 = 0$

показана на рис. 8.1, д. Для построения ее использовано стандартное решение (табл. 8.1): в частности, для первого стержня AB , шарнирно опертого в узле A и защемленного в узле B при единичном смещении заделки в узле B , и для второго стержня BC , защемленного в узлах B и C , при единичном повороте заделки в узле B . При этом $i = EJ/l$ — линейная жесткость балки. Реакция r_{11} есть момент в узле B связи 1 при единичном перемещении $z_1 = 1$ этого же узла. На рис. 8.1, и показан вырезанный узел B основной системы с использованием эпюры M_1 и данных табл. 8.1. Из уравнения равновесия относительно центра узла B в виде $\sum M = 0$ имеем $r_{11} - 4i_2 - 3i_1 = 0$, откуда $r_{11} = 4i_2 + 3i_1$, где $i_1 = = E_1 J_1 / l_1$, и т. д.

Реакция r_{21} — момент в узле C (связи 2) при $z_1 = 1$. Из равновесия узла C (см. рис. 8.1, к) имеем $r_{21} - 2i_2 = 0$, или $r_{21} = 2i_2$.

Реакция r_{31} — сила в связи 3 (см. рис. 8.1, д) при $z_1 = 1$. Для ее определения вырежем второй стержень в основной системе при $z_1 = 1$ и рассмотрим его равновесие (см. рис. 8.1, л). В силовой связи 3 действует реакция r_{31} , а в разрезанных стержнях 1 и 3 — поперечные силы Q_1 и Q_3 . Величина $Q_1 = 3i_1/l_1$ получена на основе стандартного решения табл. 8.1 первой балки при $z_1 = 1$ ($\varphi_A = 1$).

Уравнение равновесия в виде $\sum X = 0$ дает $r_{31} + Q_1 + + Q_3 = 0$ и $r_{31} = -Q_1 = -3i_1/l_1$.

Таким способом можно определить все реакции в наложенных связях при их единичных перемещениях. Остановимся для сравнения на реакции r_{13} с использованием эпюры M_3 . Для нахождения r_{13} — реакции в первой связи при $z_3 = 1$, $z_1 = z_2 = 0$ — следует рассмотреть равновесие узла B (табл. 8.1) основной системы (рис. 8.1, м) в виде $r_{13} + 3i_1 = 0$, что дает $r_{13} = -3i_1/l_1$. Как и следовало ожидать, $r_{31} = r_{13}$.

Определим, например, R_{1P} — реакцию в связи 1 (узел B) от действия внешней нагрузки. Вырежем узел B основной системы эпюры M_P (см. рис. 8.1, з) и рассмотрим его равновесие (см. рис. 8.1, н) в виде $\sum M = 0$ (табл. 8.1):

$$R_{1P} + Gl_2/8 - ql_2^2/8 = 0 \quad \text{и} \quad R_{1P} = -Gl_2/8 + ql_2^2/8.$$

Аналогично определяются остальные реакции:

$$\begin{aligned} r_{12} = r_{21} = 2i_2; \quad r_{22} = 4i_2 + 3i_3; \quad r_{23} = r_{32} = -3i_3/l_3; \\ r_{33} = 3i_1/l_1 + 3i_3/l_3; \quad R_{2P} = -Gl_2/8; \quad R_{3P} = -5ql_1/8. \end{aligned}$$

Далее решается система канонических уравнений (8.3), записанная в виде трех уравнений, и определяются перемещения $z_1 - z_3$. Окончательная эпюра изгибающих моментов M_P^Σ для заданной рамы (см. рис. 8.1, а) строится с использованием единичных эпюр $M_1 - M_3$ и грузовой эпюры M_P как суммарная

$$M_P^\Sigma = \sum_{i=1}^3 M_i z_i + M_P.$$

В приведенных на рис. 8.1 и 8.2 схемах металлических конструкций кранов число неизвестных по МП несколько превышает число неизвестных по МС. При малом числе неизвестных, когда расчет выполняется вручную, отдать предпочтение одному из методов можно только при рассмотрении конкретной задачи. В тех же случаях, когда число неизвестных значительно, расчет выполняется с применением ЭВМ (рис. 8.2). Метод перемещений более предпочтителен даже при k_n , несколько больших c_n . Следует отметить, что МП усложняется, если расчет рам ведется с учетом деформации стержней от продольных и поперечных сил. В этом случае значение k_n увеличивается. При расчете ферм, стержни которых воспринимают продольные усилия, дополнительные связи по МП препятствуют деформации стержней (см. § 8.3). Для расчета рам иногда также применяют смешанный и комбинированный методы, которые сочетают одновременное использование МС и МП [2, 14].

§ 8.3. О методе конечных элементов

В последнее время широкое распространение применительно к расчету инженерных конструкций (стержневых, листовых, оболочечных) получил метод конечных элементов МКЭ, базирующийся на рассмотрении конструкции в виде совокупности отдельных конструктивных элементов, соединенных в конечном числе узловых точек. Другими словами, расчетная схема исходной (стержневой) конструкции представляется совокупностью дискретных элементов (стержней). В узловых точках прикладываются некоторые фиктивные усилия взаимодействия, определяющие действие внутренних напряжений [14].

Каждому узловому перемещению (линейному или угловому) соответствует узловое усилие. Совокупность этих усилий определяет влияние смежных элементов (стержней) конструкции на рассматриваемый элемент.

Упругие свойства отдельных стержней, на которые разбиваются конструкции, определяются их матрицей податливости или матрицей жесткости. Эти матрицы определяют связь между узловыми усилиями и узловыми перемещениями рассматриваемого конечного элемента (стержня).

Матрица податливости рассматривается здесь для стержня постоянного поперечного сечения по длине. На рис. 8.3, а показан стержень, воспринимающий одно обобщенное усилие $\bar{S}_{2j}^e$, которому соответствует одно обобщенное перемещение V_{2j}^e , равное

$$\bar{V}_{2j}^e = \bar{S}_{2j}^e l_e / (E_e F_e) = \delta_e \bar{S}_{2j}^e, \quad (8.4)$$

где δ_e — матрица коэффициентов податливости e -го стержня, воспринимающего только продольное усилие, $\delta_e = l_e / (E_e F_e)$ [1]; [1] — единичная матрица.

Для усилий и перемещений нижние первые значки указывают фиксированные направления силовых воздействий и перемещений,

а вторые — номер узла. Так, например, S_{ij}^e — продольная сила на правом конце j элемента e .

Порядок матрицы податливости отдельного стержня (элемента) определяется числом независимых усилий, приложенных к нему. Так, на рис. 8.3, б показан e -й стержень, нагруженный по концам изгибающими моментами $\bar{S}_{1i}^e$ и $\bar{S}_{2j}^e$. Направления моментов и деформаций соответствуют положительным значениям. При учете только изгибных деформаций будем иметь матрицу податливости второго порядка. Углы поворота концевых сечений балки равняются:

$$\bar{V}_{1i}^e = \delta_{11}\bar{S}_{1i}^e + \delta_{12}\bar{S}_{2j}^e; \quad \bar{V}_{2j}^e = \delta_{21}\bar{S}_{1i}^e + \delta_{22}\bar{S}_{2j}^e, \quad (8.5)$$

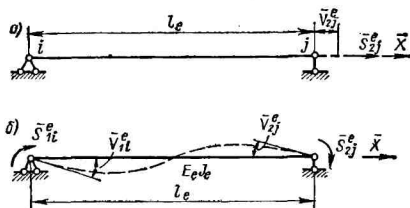


Рис. 8.3. Деформированные состояния e -го стержня (метод сил) при растяжении-сжатии (а) и изгибе (б)

что соответствует матричной форме

$$\begin{Bmatrix} \bar{V}_{1i}^e \\ \bar{V}_{2j}^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{S}_{1i}^e \\ \bar{S}_{2j}^e \end{Bmatrix} = \delta_e \begin{Bmatrix} \bar{S}_{1i}^e \\ \bar{S}_{2j}^e \end{Bmatrix}. \quad (8.6)$$

Углы поворота при действии единичных изгибающих моментов в опорных сечениях определяются по формуле Мора:

$$\delta_{11} = \delta_{22} = l_e / (3E_e F_e); \quad \delta_{12} = \delta_{21} = -l_e / (6E_e F_e). \quad (8.7)$$

Подставляя (8.7) в (8.6), получим

$$\delta_e = \frac{l_e}{6E_e F_e} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (8.8)$$

матрицу податливости прямолинейного стержня постоянного сечения при изгибе. Матрицы податливости применяются в методе сил.

Матрица жесткости рассматривается здесь для одного e -го элемента (стержня) при осевом растяжении-сжатии (рис. 8.4, а).

Имеем два обобщенных усилия $\bar{S}_{1i}^e$, $\bar{S}_{2j}^e$, которым соответствуют перемещения: $\bar{V}_{1i}^e$ — линейное перемещение левого конца вдоль оси стержня; $\bar{V}_{2j}^e$ — линейное перемещение правого конца вдоль оси стержня:

$$\bar{S}_{1i}^e = \frac{E_e F_e}{l_e} \bar{V}_{1i}^e - \frac{E_e F_e}{l_e} \bar{V}_{2j}^e; \quad \bar{S}_{2j}^e = -\frac{E_e F_e}{l_e} \bar{V}_{1i}^e + \frac{E_e F_e}{l_e} \bar{V}_{2j}^e,$$

или

$$\begin{Bmatrix} \bar{S}_{1i}^e \\ \bar{S}_{2j}^e \end{Bmatrix} = \frac{E_e F_e}{l_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{V}_{1i}^e \\ \bar{V}_{2j}^e \end{Bmatrix}$$

где

$$\bar{K}^e = \frac{E_e F_e}{l_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} - \quad (8.9)$$

матрица жесткости e -го элемента при растяжении-сжатии.

Стержень, изображенный на рис. 8.4, a — совершенно свободный, т. е. не закреплен в пространстве. Поэтому каждое узловое перемещение $\bar{V}_{1i}^e$, $\bar{V}_{2j}^e$ зависит от неопределенных перемещений стержня как абсолютно твердого тела. Степень свободы стержня

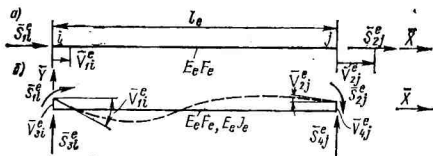


Рис. 8.4. Деформированные состояния e -го стержня (метод перемещений) при осевом растяжении-сжатии (а) и изгибе (б)

по схеме рис. 8.4, a равняется единице. При этом матрица жесткости $\bar{K}^e$ стержня будет особенной. Ранг матрицы меньше ее порядка на число степеней свободы стержня как твердого тела. Для исключения перемещений стержня как абсолютно твердого тела следует ввести кинематическое закрепление. В данном случае оно вводится в одном из узлов по направлению обобщенной узловой координаты $\bar{X}$. Исключение из матрицы $\bar{K}^e$ строки и столбца, соответствующих узловому перемещению, на которое наложена кинематическая связь, дает неособенную матрицу жесткости $\bar{K}_*^e$. Полагая $\bar{V}_{1i}^e = 0$ или $\bar{V}_{2j}^e = 0$, получим

$$\bar{K}_*^e = E_e F_e [1]/l_e, \quad (8.10)$$

где $[1]$ — единичная матрица.

Из сопоставления матрицы податливости (с. 74) и матрицы жесткости (8.10) для стержня, нагруженного продольной силой (рис. 8.3, a), имеем $\bar{K}_*^e = \delta_e^{-1}$, т. е. матрица жесткости обратна по отношению к матрице податливости.

Для стержня, нагруженного по концам изгибающими моментами и поперечными силами (рис. 8.4, b), имеем четыре фиксированных силовых воздействия $\bar{S}_{1i}^e$, $\bar{S}_{2j}^e$, $\bar{S}_{3i}^e$, $\bar{S}_{4j}^e$, которым соответствуют четыре перемещения $\bar{V}_{1i}^e$, $\bar{V}_{2j}^e$, $\bar{V}_{3i}^e$, $\bar{V}_{4j}^e$. Используя по методу перемещений стандартные решения для балки, защемленной

по концам, при единичных перемещениях узлов получим (табл. 8.1):

$$\begin{aligned}\bar{S}_{1i}^e &= 4i\bar{V}_{1i}^e + 2i\bar{V}_{2j}^e - \frac{6i}{l_e} \bar{V}_{3i}^e + \frac{6i}{l_e} \bar{V}_{4j}^e; \\ \bar{S}_{2j}^e &= 2i\bar{V}_{1i}^e + 4i\bar{V}_{2j}^e - \frac{6i}{l_e} \bar{V}_{3i}^e + \frac{6i}{l_e} \bar{V}_{4j}^e; \\ \bar{S}_{3i}^e &= -\frac{6i}{l_e} \bar{V}_{1i}^e - \frac{6i}{l_e} \bar{V}_{2j}^e + \frac{12i}{l_e^2} \bar{V}_{3i}^e - \frac{12i}{l_e^2} \bar{V}_{4j}^e; \\ \bar{S}_{4j}^e &= \frac{6i}{l_e} \bar{V}_{1i}^e + \frac{6i}{l_e} \bar{V}_{2j}^e - \frac{12i}{l_e^2} \bar{V}_{3i}^e + \frac{12i}{l_e^2} \bar{V}_{4j}^e,\end{aligned}$$

или в матричном виде

$$\begin{Bmatrix} \bar{S}_{1i}^e \\ \bar{S}_{2j}^e \\ \bar{S}_{3i}^e \\ \bar{S}_{4j}^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 4i & 2i & -\frac{6i}{l_e} & \frac{6i}{l_e} \\ 2i & 4i & -\frac{6i}{l_e} & \frac{6i}{l_e} \\ -\frac{6i}{l_e} & -\frac{6i}{l_e} & \frac{12i}{l_e^2} & -\frac{12i}{l_e^2} \\ \frac{6i}{l_e} & \frac{6i}{l_e} & -\frac{12i}{l_e^2} & \frac{12i}{l_e^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{V}_{1i}^e \\ \bar{V}_{2j}^e \\ \bar{V}_{3i}^e \\ \bar{V}_{4j}^e \end{Bmatrix}; \quad (8.11)$$

$$\bar{S}^e = \bar{K}^e \bar{V}^e, \quad (8.12)$$

где $\bar{K}^e$ — матрица жесткости e -го элемента при изгибе; $i = E_e J_e / l_e$ — линейная жесткость стержня. Выражение (8.12) является общим при любом виде деформированного состояния стержня.

Вводя кинематические закрепления в узлах по направлению узловой координаты $\bar{Y}$, исключим перемещение стержня как абсолютно твердого тела. Это приводит к вычеркиванию третьих и четвертых строк и столбцов матрицы $\bar{K}^e$, в результате чего и получим неособенную урезанную матрицу

$$\bar{K}_*^e = \begin{bmatrix} 4i & 2i \\ 2i & 4i \end{bmatrix} = \frac{2E_e J_e}{l_e} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad (8.13)$$

Эта матрица (рис. 8.3, б) является обратной по отношению к матрице податливости (8.8).

При совместном учете деформаций изгиба и растяжения-сжатия стержня матрица жесткости $\bar{K}^e$ определяется на основе двух матриц (8.9) и (8.11). Аналогично строятся матрицы жесткости для стержня при изгибе в двух плоскостях, а также при действии кручения. В общем случае матрица жесткости e -го элемента — всегда квадратная симметричная вида

$$\bar{K}^e = [\bar{K}_{ij}^e], \quad (8.14)$$

где $i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, n$, в которой $\bar{K}_{ij}^e = \bar{K}_{ji}^e$ при $i \neq j$. Порядок n матрицы жесткости определяется количеством

сил в узлах. Размерность членов матрицы (8.14) равняется единице.

Матрица преобразования координат T используется для преобразования матриц жесткости $\bar{K}^e$ стержневых элементов, полученных в собственных или местных системах координат $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$, в матрицы жесткости K^e в общей системе координат x, y, z .

Компоненты узловых перемещений $\bar{V}_i^e (\bar{V}_{ix}^e, \bar{V}_{iy}^e, \bar{V}_{iz}^e)$ e -го элемента и узловых усилий $\bar{S}_i^e$ преобразуются с помощью матриц преобразования координат:

$$\bar{V}_i^e = T V_i^e; \quad \bar{S}_i^e = T S_i^e. \quad (8.15)$$

В любой системе координат соответствующие компоненты сил совершают одну и ту же работу

$$S_i^{e'} V_i^e = \bar{S}_i^e \bar{V}_i^e, \quad (8.16)$$

где ' — знак транспонирования.

Подставляя (8.15) в (8.16), получим

$$S_i^{e'} V_i^e = \bar{S}_i^e T V_i^e, \quad (8.17)$$

т. е.

$$S_i^e = T' \bar{S}_i^e. \quad (8.18)$$

Используя (8.18) с учетом (8.12) и (8.15), получим

$$S_i^e = T' \bar{K}^e T V_i^e, \quad (8.19)$$

откуда

$$K^e = T' \bar{K}^e T, \quad (8.20)$$

где K^e — матрица жесткости конечного элемента в общей системе координат $x y z$. Введем матрицу λ , составленную из косинусов углов между осями $\bar{x} \bar{y} \bar{z}$ и $x y z$:

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{\bar{x}x} & \lambda_{\bar{x}y} & \lambda_{\bar{x}z} \\ \lambda_{\bar{y}x} & \lambda_{\bar{y}y} & \lambda_{\bar{y}z} \\ \lambda_{\bar{z}x} & \lambda_{\bar{z}y} & \lambda_{\bar{z}z} \end{bmatrix}, \quad (8.21)$$

в которой значения направляющих косинусов ($\lambda_{\bar{x}x}$, $\lambda_{\bar{x}y}$ и т. п.) определяются через координаты концов e -го стержня в общей системе координат.

На рис. 8.5 показаны проекции линейного перемещения узла i на оси координат — местных и общих. Матрицы V_i и $\bar{V}_i$ состоят из трех компонентов:

$$V_i = \begin{Bmatrix} V_{ix} \\ V_{iy} \\ V_{iz} \end{Bmatrix}; \quad \bar{V}_i = \begin{Bmatrix} \bar{V}_{ix} \\ \bar{V}_{iy} \\ \bar{V}_{iz} \end{Bmatrix}. \quad (8.22)$$

Используя матрицу (8.21), получим

$$\mathbf{V}_i = \begin{Bmatrix} \bar{V}_{ix} \\ \bar{V}_{iy} \\ \bar{V}_{iz} \end{Bmatrix} = \lambda \mathbf{V}_i = \begin{bmatrix} \lambda_{\bar{x}x} & \lambda_{\bar{x}y} & \lambda_{\bar{x}z} \\ \lambda_{\bar{y}x} & \lambda_{\bar{y}y} & \lambda_{\bar{y}z} \\ \lambda_{\bar{z}x} & \lambda_{\bar{z}y} & \lambda_{\bar{z}z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_{ix} \\ V_{iy} \\ V_{iz} \end{Bmatrix}. \quad (8.23)$$

Для пространственных ферм матрица перемещений узла i e -го стержня в местной системе координат включает только $\bar{V}_{ix}^e \neq 0$, а $\bar{V}_{iy}^e = \bar{V}_{iz}^e = 0$, откуда

$$\bar{V}_i^e = \bar{V}_{ix}^e = V_{ix}^e \lambda_{\bar{x}x} + V_{iy}^e \lambda_{\bar{x}y} + V_{iz}^e \lambda_{\bar{x}z} = \lambda_1 V_i^e, \quad (8.24)$$

где

$$\lambda_1 = [\lambda_{\bar{x}x} \quad \lambda_{\bar{x}y} \quad \lambda_{\bar{x}z}]. \quad (8.25)$$

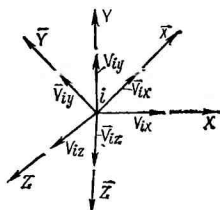


Рис. 8.5. Составляющие перемещения узла i конструкции в двух системах координат: местной и общей

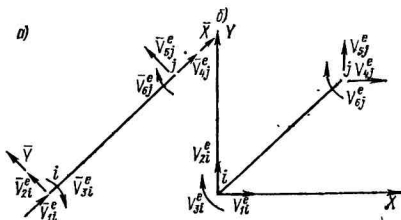


Рис. 8.6. Стержень (элемент), работающий на изгиб с растяжением-сжатием в местной (а) и общей (б) системах координат

Для всего e -го стержня пространственной фермы имеем

$$\bar{\mathbf{V}}^e = \begin{Bmatrix} \bar{V}_i^e \\ \bar{V}_j^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_i^e \\ V_j^e \end{Bmatrix},$$

где λ_1 определяется по выражению (8.25). Следовательно, матрица преобразования T для элемента пространственной фермы имеет вид

$$T = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_1 \end{bmatrix}. \quad (8.26)$$

На рис. 8.6 показан элемент плоской рамы в общей и местной системах координат. Матрица преобразования T узловых перемещений и узловых усилий из общей системы координат в местную имеет вид (8.26), в которой λ_1 в соответствии с выражением (8.21) содержит $\lambda_{\bar{z}x} = 0$, $\lambda_{\bar{z}y} = 0$, $\lambda_{\bar{z}z} = 1$, $\lambda_{\bar{x}x} = \lambda_{\bar{y}y}$, $\lambda_{\bar{x}y} = -\lambda_{\bar{y}x}$, т. е.

$$\lambda_1 = \begin{bmatrix} \lambda_{\bar{x}x} & \lambda_{\bar{x}y} & 0 \\ \lambda_{\bar{y}x} & \lambda_{\bar{y}y} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (8.27)$$

Матрица жесткости e -го элемента в общей системе координат xuz имеет вид

$$K^e = [K_{ij}^e], \quad (8.28)$$

где $i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, n$.

Матрица K^e определяется из выражения (8.20) и содержит члены, представляющие собой квадратные подматрицы размерности $p - p$, где p — число компонентов силы в рассматриваемых узлах.

Общая матрица жесткости конструкции формируется из матриц жесткости отдельных стержней. Построение ее осуществляется в общей системе координат xuz .

Рассмотрим общий случай воздействия внешней нагрузки P в виде системы m сил в m узлах упругого тела. Матрицы нагрузки P и перемещений V узловых точек по направлению сил имеют вид:

$$P = \{P_1, P_2, \dots, P_m\}; \quad V = \{V_1, V_2, \dots, V_m\}. \quad (8.29)$$

Они связаны соотношением, аналогичным (8.12):

$$P = KV, \quad (8.30)$$

где K — матрица жесткости тела (конструкции).

Выражение (8.30) представим следующим образом:

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_i \\ \vdots \\ P_m \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1i} & \dots & K_{1m} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2i} & \dots & K_{2m} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ K_{i1} & K_{i2} & \dots & K_{ii} & \dots & K_{im} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ K_{m1} & K_{m2} & \dots & K_{mi} & \dots & K_{mm} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_m \end{Bmatrix} \quad (8.31)$$

Из него следует выражение для силы P_i , приложенной в i -м узле:

$$P_i = K_{i1}V_1 + K_{i2}V_2 + \dots + K_{ij}V_j + \dots + K_{im}V_m. \quad (8.32)$$

Каждая из внешних сил P_i имеет столько же компонентов, сколько и узловые усилия S_i^e (8.19) элементов рассматриваемой конструкции. Члены K_{ij} тоже представляют собой подматрицы, размерность которых определяется числом компонентов силы в соответствующем узле. Компоненты P_i и S_i^e направлены по координатным осям x, y, z . Каждый из компонентов P_i равен

сумме компонентов сил от всех стержней, соединяющихся в данном i -м узле:

$$P_i = \sum S_i^e = S_i^1 + S_i^2 + \dots, \quad (8.33)$$

где $S_i^1, S_i^2 \dots$ — силы, приложенные к узлу со стороны элементов 1 и 2 соответственно.

При этом только те стержни, которые содержат узел i , будут давать силы, отличные от нуля, хотя суммирование проводится по всем стержням. Учитывая выражение (8.12), получим силу в узле i

$$P_i = (\sum K_{i1}^e) V_1 + (\sum K_{i2}^e) V_2 + \dots \quad (8.34)$$

Из сопоставления (8.32) и (8.34) имеем, что член матрицы жесткости конструкции K_{ij} представляет собой сумму соответствующих членов матриц жесткости K_{ij}^e элементов, соединяющихся в узле i , т. е.

$$K_{ij} = \sum K_{ij}^e. \quad (8.35)$$

Матрица нагрузки представляется в виде (8.29), где каждая из узловых сил P_i в общей системе координат содержит столько же компонентов, сколько узловых силы элементов конструкции в той же системе координат. Последовательность записи этих компонентов аналогична последовательности для отдельных стержней. Так, например, для балочного элемента в плоской системе координат (рис. 8.6, б)

$$P_i = \{P_{ix} P_{iy} M_i P_{jx} P_{jy} M_j\}. \quad (8.36)$$

В общем случае (для балочных и рамных конструкций) на элементы действуют не только узловые, но и внеузловые нагрузки. В соответствии с выражениями (8.30) и (8.31) рассматривается равновесие узлов. Поэтому матрица P узловой нагрузки должна содержать не только узловые внешние силы, приложенные непосредственно к узлам, но и эквивалентные им узловые усилия от действия внеузловой нагрузки. Внеузловая нагрузка вызывает появление реакций в виде сил и моментов в узлах.

Примем за положительные направления узловых реакций те же, что и для усилий на рис. 8.6, а. Рассмотрим в качестве примера стержневой e -й элемент в местных координатах для типичного случая внеузловой нагрузки (рис. 8.7).

На рис. 8.7, а показано действие внеузловой сосредоточенной силы P . Матрица узловых реакций при этом (рис. 8.7, б) равняется

$$\bar{S}^e = \left\{ 0 \quad \frac{Pb}{2} (3 - b^2) \quad -\frac{Pl_e}{2} a (1 - b^2) \quad 0 \quad \frac{Pa^2}{2} (3 - a) \quad 0 \right\}, \quad (8.37)$$

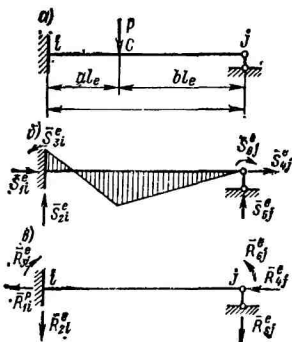


Рис. 8.7. Приведение внеузловой сосредоточенной нагрузки к узловой

а матрица эквивалентных узловых усилий от действия силы P , приведенных к узлам (рис. 8.7, e), будет

$$\bar{P}^e = \left\{ 0 \quad -\frac{Pb}{2}(3-b^2) \quad \frac{Pl_e}{2}a(1-b^2) \quad 0 \quad -\frac{Pa^2}{2}(3-a) \quad 0 \right\}. \quad (8.38)$$

Для случаев приложения внеузловой сосредоточенной нагрузки (рис. 8.7, a) возможен и другой путь. В точке C приложения силы P вводится новый узел, а e -й стержень разбивается на два: iC и Cj . Таким образом, сила оказывается приложенной в узле C в соответствии с общей идеей метода. Эквивалентные узловые силы $\bar{P}_i^e$ в выражении (8.38) даны в местных координатах $\bar{x}\bar{y}$ e -го элемента. Вычислим матрицу этих сил в общей системе координат xy с помощью зависимости (8.18)

$$P_i^e = T^T \bar{P}_i^e. \quad (8.39)$$

Теперь компоненты эквивалентных узловых сил элементов суммируются с соответствующими компонентами внешних сил в общих узлах рассматриваемой конструкции

$$P_i^Z = P_i + \sum P_i^e. \quad (8.40)$$

Суммирование в формуле (8.40) проводится по всем элементам, сходящимся в i -м узле.

Расчет стержневых конструкций по методу перемещений предусматривает составление в общей системе координат матричного произведения типа (8.12)

$$P^Z = KV, \quad (8.41)$$

где K — общая матрица жесткости. Выражение (8.41) содержит уравнения равновесия (8.32) всех узлов конструкции. До сих пор система предполагалась совершенно свободной, в связи с чем каждое узловое перемещение V_i зависит от неопределенных значений перемещения конструкции как абсолютно твердого тела. При этом матрица жесткости конструкции K является особенной. Решение системы уравнений (8.41) возможно после того, как будут учтены граничные условия, т. е. в данном случае перемещения опор.

Введение определенного числа кинематических закреплений в отдельных узлах по направлениям опорных связей, т. е. $V_i = 0$, приводит к исключению из таблицы K соответствующих n -х строк и столбцов. Матрица K становится неособенной урезанной матрицей K^* . Уравнение равновесия (8.41) принимает вид

$$P^* = K^*V^*. \quad (8.42)$$

Однако такая операция — довольно трудоемкая и неудобная. Поэтому часто применяют искусственные приемы, которые позволяют сохранять общее число уравнений в системе неизменным.

При этом преобразуются некоторые элементы матрицы K . Допустим, что имеется некоторая система m уравнений:

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_p \\ \vdots \\ P_m \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1p} & \dots & K_{1m} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2p} & \dots & K_{2m} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ K_{p1} & K_{p2} & \dots & K_{pp} & \dots & K_{pm} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ K_{m1} & K_{m2} & \dots & K_{mp} & \dots & K_{mm} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_p \\ \vdots \\ V_m \end{pmatrix} \quad (8.43)$$

и, например, $V_p = 0$. В этом случае $P_p = 0$, а остальные члены P_i при $i \neq p$ остаются без изменения. Все члены p -й строки и p -го столбца будут нулевыми, а диагональный член $K_{pp} = 1$. Матрица конструкции K , полученная после подобных преобразований из (8.43), называется преобразованной матрицей жесткости K_p^n .

После нахождения обратной матрицы K^{n-1} определяем на основе уравнения (8.41) узловые перемещения конструкции в общей системе координат

$$V = K^{n-1} P^Z. \quad (8.44)$$

Далее находим узловые перемещения $\bar{V}^e$ e -го элемента в местной системе координат с помощью выражения (8.15) и узловые усилия $\bar{S}^e$ по формуле (8.12). Для оценки прочности какого-либо стержневого элемента определяются компоненты напряжений $\bar{\sigma}^e$. Расчет по МКЭ производится с помощью ЭВМ.

Раздел третий

НЕКОТОРЫЕ СПЕЦИАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ ГРУЗОПОДЪЕМНЫХ МАШИН

Глава 9

ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА КРАНОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Часто встречающийся случай работы двух параллельных ферм, соединенных между собой связями, при нагрузке, приложенной к одной ферме и тем самым вызывающей кручение всей системы, рассмотрим на примере решетчатых крановых мостов. Кручение решетчатых мостов возникает от действия различных

сил, главным образом от вертикальных давлений колес тележки. В результате кручения происходит перераспределение нагрузок на элементы моста и на вспомогательную ферму приходится некоторая доля подвижной нагрузки.

§ 9.1. Определение усилий в элементах вспомогательной фермы от подвижной нагрузки на главной ферме (балке) кранового моста

На рис. 9.1 показана схема поперечного сечения половины решетчатого моста, состоящего из главной 1, вспомогательной 2 и горизонтальных 3 и 4 ферм. Моменты инерции их обозначены соответственно $J_1—J_4$, площади поперечных сечений поясов — $F_1—F_4$, высота сечения h , ширина b . Движение тележки не препятствует поперечному скольжению ее колес (см. § 9.4), и в результате кручения от давления ходовых колес тележки расстоя-

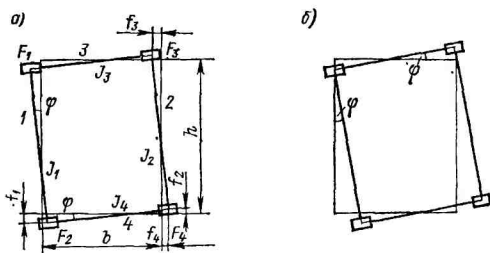


Рис. 9.1. Схема поперечного сечения половины решетчатого моста: а — тележка движется; б — тележка неподвижна

ние между рельсами моста уменьшается (рис. 9.1, а). Если тележка неподвижна, она служит опорой для горизонтальных ферм верхних связей, и в результате кручения при подъеме груза расстояние между рельсами моста сохраняется (рис. 9.1, б), что подтверждается опытами.

Момент инерции фермы, рассматриваемой с точки зрения прогиба как эквивалентная балка, определяется деформациями как поясов, так и решетки. Если при определении момента инерции сечения фермы учесть только деформации поясов, то

$$J_{\Pi} = F_{\Pi.в} a^2 + F_{\Pi.н} c^2, \quad (9.1)$$

где $F_{\Pi.в}$ и $F_{\Pi.н}$ — площади сечения брутто верхнего и нижнего поясов; a и c — расстояния центров тяжести верхнего и нижнего поясов до их общего центра тяжести.

Так как при высоте фермы h $a = F_{\Pi.н} h / (F_{\Pi.в} + F_{\Pi.н})$ и $c = F_{\Pi.в} h / (F_{\Pi.в} + F_{\Pi.н})$, то, подставляя эти значения в формулу (9.1), находим

$$J_{\Pi} = F_{\Pi.в} F_{\Pi.н} h^2 / (F_{\Pi.в} + F_{\Pi.н}). \quad (9.2)$$

Если момент инерции фермы определить по формуле (9.2), он будет преувеличен тем больше, чем меньше жесткость решетки. С учетом деформации решетки момент инерции фермы

$$J = J_{\Pi} / \mu = F_{\Pi. в} F_{\Pi. н} h^2 / [\mu (F_{\Pi. в} + F_{\Pi. н})], \quad (9.3)$$

где J_{Π} — момент инерции брутто поясов (9.2); μ — коэффициент, учитывающий влияние деформации решетки, $\mu > 1$. Например, для двухопорной фермы с треугольной решеткой при отношении высоты фермы к пролету $1/14$ и площади пояса к площади раскоса от 2 до 5 коэффициент $\mu = 1,15 \div 1,40$. Коэффициент μ определяется из условия равенства прогибов фермы и эквивалентной ей балки.

Момент инерции фермы при рассмотрении ее как балки эквивалентной жесткости можно определить исходя из равенства прогибов фермы f и балки δ для данных условий закрепления и нагружения. Прогиб фермы f можно определить по формуле Мора (5.16).

Так, например, для фермы на двух опорах в силой P посередине получим $\delta = Pl^3/48EJ = f$, откуда

$$J = Pl^3 / \left(48 \sum \frac{N_P N_1 l}{F} \right). \quad (9.4)$$

Эксперименты показывают, что поперечное сечение моста можно принимать не искажающимся, а только поворачивающимся. Тем самым отпадает статическая неопределимость пространственной системы, создаваемая внутренними рамными раскосами. Так как сечения рамных раскосов всегда подбираются по предельным гибкостям, принятие в расчете усилий в них равными нулю не имеет значения.

Предположение о неискажающемся поперечном сечении равносильно предположению о наличии поперечных диафрагм бесконечной жесткости. Решение для случая диафрагм с конечной жесткостью показывает, что при увеличении жесткости диафрагм возрастает доля подвижной нагрузки, приходящаяся на вспомогательную ферму. Поэтому сделанное предположение о неискажающемся поперечном сечении обеспечивает расчет вспомогательной фермы в запас прочности.

Обозначим прогибы каждой из ферм в своей плоскости от действия крутящего момента $f_1 - f_4$ и будем полагать угол поворота сечений φ малым. Тогда при движущейся тележке (рис. 9.1, а):

$$f_1 + f_2 = b\varphi; \quad f_3 + f_4 = h\varphi \quad (9.5)$$

и при неподвижной (рис. 9.1, б):

$$f_1 + f_2 = b\varphi; \quad f_4 = h\varphi. \quad (9.6)$$

Пусть на поперечное сечение моста действует приложенная к главной ферме вертикальная сила P (рис. 9.2, а). Если O — центр изгиба поперечного сечения, то внецентренно действующую силу P можно заменить центрально действующей (рис. 9.2, б),

производящей только изгиб, и крутящим моментом $M_{кр} = P\lambda$ (рис. 9.2, в). При этом $P = P_1 + P_2$ и $P_1x = P_2(b - x)$. Примем

$$M_{кр} = Qb + Hh. \quad (9.7)$$

Если условия опирания обеих вертикальных и обеих горизонтальных ферм одинаковы, то от одинаковых, но направленных в разные стороны сил Q и H $f_1/f_2 = J_2/J_1$ и $f_3/f_4 = J_4/J_3$.

Подставляя эти значения в уравнения (9.5) при движущейся тележке, имеем $f_1(1 + J_1/J_2) = b\varphi$ и $f_3(1 + J_3/J_4) = h\varphi$, откуда

$$\frac{f_3}{f_1} \frac{1 + J_3/J_4}{1 + J_1/J_2} = \frac{h}{b}.$$

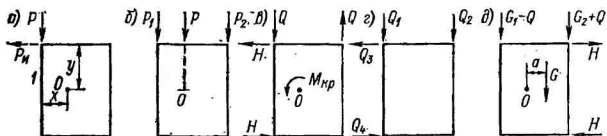


Рис. 9.2. Схемы действия сил на поперечное сечение половины решетчатого моста: а — внецентренной силы P ; б — центрально приложенной силы P ; в — крутящего момента $M_{кр}$; г — действующих на каждую ферму от внецентренной силы P ; д — то же от силы G

Так как при одинаковых условиях опирания ферм и разных действующих на них усилиях H и Q $f_3/f_1 = HJ_1/J_3Q$, то

$$\frac{HJ_1J_2(J_3 + J_4)}{QJ_3J_4(J_1 + J_2)} = \frac{h}{b}.$$

Обозначим

$$\frac{J_1J_2(J_3 + J_4)}{J_3J_4(J_1 + J_2)} = \alpha_1 \quad (9.8)$$

и $b/h = \lambda$. Тогда $H = Q/(\alpha_1\lambda)$. Из уравнения (9.7)

$$H = (M_{кр} - Qb)/h, \text{ т. е. } Q/(\alpha_1\lambda) = (M_{кр} - Qb)/h. \quad (9.9)$$

Для вычисления крутящего момента $M_{кр} = Px$ (рис. 9.2, а) необходимо определить расстояние x от фермы I до центра изгиба O . Центр изгиба симметричного профиля лежит на оси симметрии, а при наличии двух осей симметрии совпадает с центром тяжести сечения. Координата центра изгиба для прямоугольного сечения при $J_3 = J_4$ может приближенно определяться по формуле

$$x = bJ_2/(J_1 + J_2), \quad (9.10)$$

которая оказывается приемлемой в достаточно широкой области изменения параметров поперечного сечения, а именно: $J_2/J_1 = 0,3 \div 1,0$, $J_3/J_1 \leq 1,0$ и $h/b = 1,0 \div 2,0$ [1].

Если для величины x потребуется применить более точное выражение, это можно сделать, используя излагаемую ниже методику.

Подставляя в уравнение (9.9) значение $M_{кр} = PbJ_2/(J_1 + J_2)$, находим

$$Q = \frac{J_2}{J_1 + J_2} \frac{\alpha_1 \lambda^2}{1 + \alpha_1 \lambda^2} P; \quad (9.11)$$

$$H = \frac{J_2}{J_1 + J_2} \frac{\lambda}{1 + \alpha_1 \lambda^2} P. \quad (9.12)$$

Обозначим нагрузки от внецентренно приложенной силы P (рис. 9.2, з) на отдельные фермы $Q_1 - Q_4$.

Из условий статической эквивалентности сил P_1 и P_2 с силой P :

$$P_1 = J_1 P / (J_1 + J_2) \quad \text{и} \quad P_2 = J_2 P / (J_1 + J_2). \quad (9.13)$$

Тогда

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= P_1 + Q = \left(J_1 + J_2 \frac{\alpha_1 \lambda^2}{1 + \alpha_1 \lambda^2} \right) \frac{P}{J_1 + J_2}; \\ Q_2 &= P_2 - Q = \frac{J_2}{J_1 + J_2} \frac{1}{1 + \alpha_1 \lambda^2} P; \\ Q_3 &= -Q_4 = H = \frac{J_2}{J_1 + J_2} \frac{\lambda}{1 + \alpha_1 \lambda^2} P = \lambda Q_2. \end{aligned} \right\} \quad (9.14)$$

Обозначим $k_1 = J_1/J_1$; $k_2 = J_1/J_2$; $k_3 = J_1/J_3$ и $k_4 = J_1/J_4$. После простых преобразований формул (9.14) получим:

$$\begin{aligned} Q_1 &= P - Q_2; \quad Q_2 = P/[k_1 + k_2 + (k_3 + k_4)\lambda^2]; \quad Q_3 = \\ &= -Q_4 = \lambda Q_2. \end{aligned} \quad (9.15)$$

Для случая неподвижной тележки решение совершенно аналогично изложенному выше и может быть получено непосредственно из конечных формул (9.15) подстановкой $J_3 = \infty$, т. е. $k_3 = 0$. Тогда

$$\begin{aligned} Q_1 &= P - Q_2; \quad Q_2 = P/(k_1 + k_2 + k_4 \lambda^2); \quad Q_3 = 0; \quad Q_4 = \\ &= -\lambda Q_2. \end{aligned} \quad (9.16)$$

Моменты инерции ферм для расчетов по этим формулам удобно определять, как для эквивалентных балок, по формуле (9.3). Если условия опирания ферм различны, как, например, на рис. 9.1, вертикальные фермы 1 и 2 свободно оперты, а горизонтальные 3 и 4 защемлены в концевой балке, как это обычно имеет место у крановых мостов, можно, сохраняя полученные формулы, для ферм 3 и 4 принять другие, приведенные, моменты инерции:

$$J_3 = J'_3 f_3 / f'_3 \quad \text{и} \quad J_4 = J'_4 f_4 / f'_4, \quad (9.17)$$

где J'_3 и J'_4 — действительные моменты инерции этих ферм; f_3 , f и f'_3 , f'_4 — их прогибы для опертой и защемленной по концам фермы.

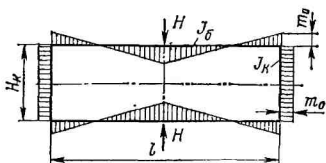
При полном защемлении коэффициент приведения $f_3/f'_3 = f_4/f'_4 = 4$, так как прогиб в середине пролета свободно опертой на концах балки от сосредоточенной силы в четыре раза больше, чем у аналогичной балки, но защемленной по концам. Более точ-

ное определение коэффициента приведения с учетом фактической упругости защемления концов ферм в концевых балках можно получить из расчета горизонтальных рам, образованных фермами 3 и 4 и концевыми балками. В случае полного защемления на вспомогательную ферму передается наибольшая доля нагрузки.

Для основного случая передачи нагрузки в середине пролета опорные моменты на концевых балках m_0 (рис. 9.3) при нагрузке $H = 1$ из уравнения $\delta_{11}X_1 + \Delta_{1P} = 0$ будут равны

$$m_0 = X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = \frac{l^2/8J_6}{H_K/J_K + l/J_6} = \frac{l}{8(1+t)},$$

где $t = (J_6/l)(H_K/J_K)$, а J_K — момент инерции концевой балки относительно ее вертикальной оси. Прогиб в середине пролета от опорного момента m_0 равен $f_0 = l^2 m_0 / 8EJ$. Тогда коэффициент приведения



$$\frac{f}{f'} = \frac{l^3/(48EJ)}{l^3/(48EJ) - l^2 m_0/(8EJ)}.$$

Упругость концевой балки ($t \neq 0$) уменьшает значения Q_2 , определяемые по формулам (9.15) и (9.16).

Вспомогательная ферма рассчитывается также на нагрузку от веса самой фермы и на ту долю, которая передается ей от веса главной и горизонтальных ферм.

Влияние кручения, вызываемого весами ферм, на нагрузку вспомогательной фермы мало.

Приводные узлы, кабины и т. п. также вызывают кручение. Если вес G расположен внецентренно (см. рис. 9.2, д), вызываемые им усилия H и Q определяются по формулам (9.9), в которых $M_{кр} = Ga$. При этом для случая движущейся тележки α_1 определяется по формуле (9.8), а для неподвижной при $J_3 = \infty$ $\alpha_2 = J_1 J_2 / J_4 (J_1 + J_2)$.

Аналогично формулам (9.13) $G_1 = J_1 G (J_1 + J_2)$ и $G_2 = J_2 G / (J_1 + J_2)$, т. е. $G_1/G_2 = J_1/J_2$.

Приведенный способ нахождения распределения нагрузки, приложенной к пространственной системе, между отдельными фермами не зависит от положения нагрузки вдоль пролета. После того как от каждой приложенной к мосту нагрузки определится ее влияние на все четыре фермы, пространственная конструкция моста разлагается на плоские фермы, которые рассчитываются обычными способами (см. главы 2 и 3).

Учет влияния горизонтальной силы P_n от тележки с грузом при торможении моста (см. рис. 9.2, а) может быть произведен совершенно аналогично учету влияния силы P . Однако в обычных решетчатых мостах влияние кручения от силы P_n мало и им можно пренебречь.

Рассмотрим упрощения формул (9.15). По формуле (9.3) моменты инерции ферм запишутся так (см. рис. 9.1, а):

$$J_1 = \frac{F_1 F_2}{\mu_1 (F_1 + F_2)} h^2; \quad J_2 = \frac{F_3 F_4}{\mu_2 (F_3 + F_4)} h^2;$$

$$J_3 = \frac{F_1 F_3}{\mu_3 (F_1 + F_3)} b^2; \quad J_4 = \frac{F_2 F_4}{\mu_4 (F_2 + F_4)} b^2.$$

Если вместо фермы 1 одностенчатая балка, площади F_1 и F_2 можно определять как сумму площадей поясов балки и участков стенки длиной 20δ , где δ — толщина стенки.

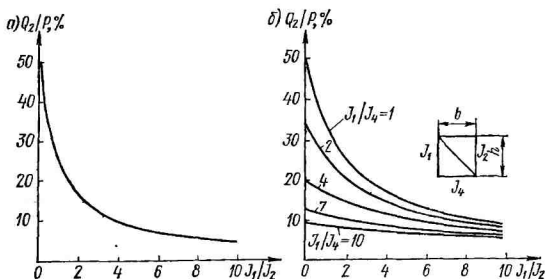


Рис. 9.4. График доли нагрузки Q_2 , приходящейся на вспомогательную ферму от силы P , приложенной к главной ферме: а — при движущейся тележке; б — при неподвижной тележке (при $b = h$)

Если принять $\mu_1 \approx \mu_2 \approx \mu_3 \approx \mu_4$, что в большинстве случаев практически обычно допустимо, то коэффициенты k будут равны:

$$k_1 = \frac{J_1}{J_1} = 1; \quad k_2 = \frac{J_1}{J_2} = \frac{F_1 F_2 (F_3 + F_4)}{F_3 F_4 (F_1 + F_2)};$$

$$k_3 = \frac{J_1}{J_3} = \frac{F_1 F_2 (F_1 + F_3) h^2}{F_1 F_3 (F_1 + F_2) b^2} = \frac{F_1 F_2 (F_1 + F_3)}{F_1 F_3 (F_1 + F_2)} \frac{1}{\lambda^2};$$

$$k_4 = \frac{J_1}{J_4} = \frac{F_1 F_2 (F_2 + F_4) h^2}{F_2 F_4 (F_1 + F_2) b^2} = \frac{F_1 F_2 (F_2 + F_4)}{F_2 F_4 (F_1 + F_2)} \frac{1}{\lambda^2}.$$

При этом существует очевидное тождество

$$k_1 + k_2 = (k_3 + k_4) \lambda^2, \quad (9.18)$$

что может быть проверено прямой подстановкой. Используя тождество (9.18) для преобразования формул (9.15) и (9.16), получаем при движущейся тележке:

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= [1 + J_1/(J_1 + J_2)] P/2; \\ Q_2 &= J_2 P / [(J_1 + J_2) 2]; \\ Q_3 &= -Q_4 = J_2 b P / [h (J_1 + J_2) 2]; \end{aligned} \right\} \quad (9.19)$$

при неподвижной тележке

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= \frac{J_1/J_2 + b^2 J_1/(h^2 J_4)}{1 + J_1/J_2 + b^2 J_1/(h^2 J_4)} P; \quad Q_3 = 0; \\ Q_2 &= \frac{P}{1 + J_1/J_2 + b^2 J_1/(h^2 J_4)}; \quad Q_4 = \frac{Pb/h}{1 + J_1/J_2 + b^2 J_1/(h^2 J_4)}, \end{aligned} \right\} \quad (9.20)$$

где для моментов инерции горизонтальных ферм принимаются их приведенные значения (9.17).

На рис. 9.4, а дан график зависимости Q_2 от P при движущейся, а на рис. 9.4, б — при неподвижной тележке. Следует подчеркнуть, что если, например, $Q_2 = 0,1P$, то $Q_1 = 0,9P$ и соответственно уменьшаются напряжения и прогиб главной фермы от силы P .

Для некоторых конструкций мостов кручением от действия горизонтальной силы $P_{\text{и}}$ пренебречь нельзя, например, потому, что к концевой балке присоединяются не фермы 3, к которым приложена сила $P_{\text{и}}$, а фермы 4 (см. рис. 9.1, 9.2). Расчетные выражения для усилий, действующих на отдельные фермы, аналогично формулам (9.19) примут в этом случае следующий вид, одинаковый как при движущейся, так и при неподвижной тележке:

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= -Q_2 = J_4 h P_{\text{и}} / [(J_3 + J_4) b 2]; \\ Q_3 &= 1 + J_3 / (J_3 + J_4) P_{\text{и}} / 2; \quad Q_4 = J_4 P_{\text{и}} / [(J_3 + J_4) 2]. \end{aligned} \right\} \quad (9.21)$$

§ 9.2. Расчет шарнирно сочлененных стрел с гибкой и жесткой оттяжкой при работе механизма вращения

Шарнирно сочлененные стреловые устройства состоят из стрелы, хобота и оттяжки (см. гл. 19). При работе механизма вращения на шарнирно сочлененные стрелы действуют горизонтальные инерционные силы. Рассмотрим вопрос о расчете шарнирно сочлененных стрел от горизонтальной силы $P_{\text{г}}$, вызванной раскачиванием груза и приложенной к концу хобота перпендикулярно его оси. Расчетным будет случай, когда хобот перпендикулярен к стреле. При этом действующая на конец хобота сила $P_{\text{г}}$ вызывает максимальную величину скручивающего стрелу момента.

У шарнирно сочлененной стрелы с жесткой оттяжкой при действии на хобот горизонтальной силы $P_{\text{г}}$ происходит изгиб и закручивание как стрелы, так и оттяжки (рис. 9.5, б); при гибкой оттяжке весь крутящий момент воспринимается стрелой (рис. 9.5, а). Пусть хобот перпендикулярен к стреле. Из условий равновесия хобота (рис. 9.5, б)

$$M_{\text{с}} + M_{\text{о}} = P_{\text{г}} a - R_{\text{о}} b, \quad (9.22)$$

где $M_{\text{с}}$ и $M_{\text{о}}$ — крутящие моменты, воспринимаемые стрелой и оттяжкой; $R_{\text{о}}$ — усилие, изгибающее оттяжку.

Из условия совместности деформаций оттяжки, стрелы и хобота

$$f_{\text{о}} + f_{\text{с}} = b \varphi, \quad (9.23)$$

где $f_{\text{о}}$ и $f_{\text{с}}$ — прогибы оттяжки от действия силы $R_{\text{о}}$ и стрелы от действия силы $P_{\text{г}} + R_{\text{о}}$; φ — угол поворота хобота и стрелы.

Обозначим жесткости на изгиб оттяжки и стрелы c_0 и c_c , а жесткости их на кручение G_0 и G_c . Тогда

$$f_0 = R_0/c_0; f_c = (P_r + R_0)/c_c; \varphi = M_c/G_c; \varphi = M_0/G_0$$

и формулы (9.22) и (9.23) могут быть преобразованы следующим образом: $M_c(1 + G_0/G_c) = P_r a - R_0 b$; $b M_c/G_c = R_0/c_0 + (R_0 + P_r)/c_c$, откуда

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= \frac{(abc_c - G_0 - G_c) P_r}{b^2 c_c + (G_0 + G_c)(1 + c_c/c_0)}; \\ M_c &= \frac{P_r a - R_0 b}{1 + G_0/G_c}; \quad M_0 = G_0 M_c/G_c. \end{aligned} \right\} \quad (9.24)$$

Приведенный расчет с учетом жесткостей оттяжки и стрелы носит поворочный характер, а непараллельность оттяжки стреле может быть учтена корректировкой величины M_0 . Если оттяжка длиной l представляет собой достаточно жесткую на изгиб консольную ферму с $h/l > 0,1$ в основании, то f_0 мало; если f_c также мало, то мал угол φ и закручиванием стрелы и оттяжки можно пренебречь и рассчитывать их при действии силы P_r только на изгиб, как консольные балки (фермы). В этом одно из преимуществ систем с жесткой оттяжкой. Если оттяжка имеет малую жесткость на изгиб, то реакцией R_0 можно пренебречь; если при этом G_0 значительно меньше G_c , то можно считать, что крутящий момент, равный $P_r a$, полностью воспринимается стрелой, как это имеет место у шарнирно сочлененных стрел с гибкой оттяжкой. Для выполнения расчета по формулам (9.24) определение величин c_0 и c_c пояснений не требует. Если стрела и оттяжка состоят из листовых элементов, то для определения G_c и G_0 следует воспользоваться формулами (14.34) и (14.35). Если стрела и оттяжка состоят из решетчатых ферм, их жесткости на кручение определяются по формулам:

$$G_c = \frac{1}{\sum N_1^2 l / (EF)} \quad \text{и} \quad G_0 = \frac{1}{\sum N_1^2 l / (EF)}, \quad (9.25)$$

где N_1 — усилия в стержнях ферм стрелы и оттяжки от крутящего момента, равного единице; l, F — длины и площади поперечных сечений стержней ферм; знак суммирования распространяется на все стержни. При поясах постоянного сечения по всей длине стрелы и при раскосах, одинаковых для всей решетки, достаточно определить усилия от кручения в концевых частях

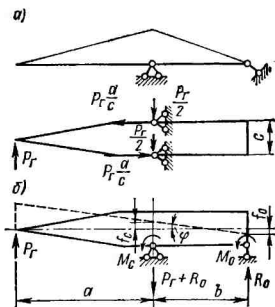


Рис. 9.5. Схемы к расчету шарнирно сочлененной стрелы: а — с гибкой оттяжкой; б — с жесткой оттяжкой

стрелы, рассматривая путем вырезания равновесия пространственных узлов, и не делать трудоемкой работы по расчленению конструкции стрелы на плоские системы и их расчету.

§ 9.3. Определение усилий в элементах мачтово-стреловых кранов с жесткими и гибкими оттяжками

Мачтово-стреловой кран представляет собой вращающуюся мачту 1, к которой шарнирно прикреплена стрела 2. Мачта от опрокидывания удерживается двумя жесткими подкосами 3 (рис. 9.6, а). Такой кран является неполноповоротным. Если при достаточно высокой мачте заменить жесткие подкосы четырьмя —

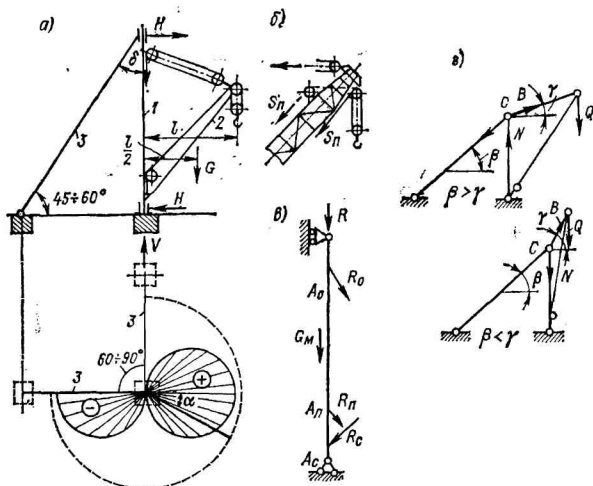


Рис. 9.6. Расчетная схема жесткого мачтово-стрелового крана

шестью канатными оттяжками (вантами), то кран может быть полноповоротным.

Мачты, стрелы и жесткие подкосы выполняются в виде прямых сплошных (трубчатых) или составных стержней. При расположении лебедок вне конструкции крана натяжения канатов будут влиять на опорные реакции H и V . Если подъемный канат проходит ниже оси стрелы (рис. 9.6, б), усилие S_n уменьшает изгибающий стрелу момент от ее веса, а если выше — увеличивает. Жесткие подкосы в зависимости от угла поворота стрелы α могут испытывать как растяжение, так и сжатие. Линия влияния усилия в подкосах круговая (рис. 9.6, а), а наибольшее усилие сжатия $N = -H/\sin \delta$.

Мачта испытывает сжатие от собственного веса G_m , от усилий в подкосах R (вантах), от натяжений оттяжных R_o и подъемных R_n канатов и от стрелы R_c (рис. 9.6, в). Мачта испытывает также изгиб от сил R_o , R_n и R_c , для уменьшения которого точки A_o , A_n и A_c следует по возможности приблизить к опорам и оси мачты. Наибольшее сжатие в мачте от усилий в подкосах имеет место при угле поворота стрелы $\alpha = 45^\circ$ (для угла между подкосами 90°) и равно $2H \operatorname{ctg} \delta \cos 45^\circ = 1,4H \operatorname{ctg} \delta$. При минимальном вылете мачта может испытывать растяжение (рис. 9.6, г), так как с увеличением угла γ возрастает усилие B и $\beta \leq \gamma$.

Мачта с вантами будет испытывать дополнительную силу сжатия V_o . Монтажное натяжение вант S_o , осуществляемое винтовыми стяжками, зависит от выбранной величины их провеса и создает усилие $V_o = nS_o \cos \varphi$, где n — число вант, а φ — угол их наклона к оси мачты. Если $n = 6$, т. е. в плане ванты расположены под углом 60° , то можно считать, что всегда два каната являются работающими и усилие в них равно

$$S = S_o + H/(2 \cos 30^\circ \sin \varphi).$$

§ 9.4. Определение распора в подвижных конструкциях порталного и полупортального типов от различных нагрузок и особенности расчета их остова

Порталы и полупорталы служат основанием у козловых кранов и мостовых перегружателей, у порталных и башенных кранов. Поскольку порталы и полупорталы, в том числе и передвижные, — внешне статически неопределимые конструкции, особой нагрузкой для них является распор. Для опор он является основной нагрузкой, вызывающей их работу на изгиб. Верхнее строение, наоборот, действием распора разгружается. Величина распора зависит от того, находится конструкция в данный момент в движении или в покое.

При неподвижном кране максимальное значение распора будет не больше, чем сила трения скольжения между осями и их опорами или между колесами и рельсом со стороны менее нагруженной опоры (коэффициент трения в первом случае равен 0,1, а во втором — 0,2). Если бы значение распора имело тенденцию к дальнейшему увеличению, началось бы скольжение в направлении, перпендикулярном к рельсу, в пределах имеющихся зазоров. Таким образом, хотя в данном случае величина распора ограничена, она обычно может достигать максимальной расчетной величины; это обуславливается также возможностью касания ребрами колес рельса. При этом опоры крана следует считать неподвижными и шарнирными, так как колеса могут свободно поворачиваться на головке рельса.

Если кран находится в движении, то сопротивление смещению колес в направлении, перпендикулярном к рельсу, может уменьшиться так сильно, что величина распора практически упадет до

нуля. Экспериментальное исследование движения цилиндрического катка по плоскости при одновременном действии на него радиальной нагрузки Q и осевой силы H (рис. 9.7), когда отношение этих сил меньше коэффициента трения скольжения между катком и плоскостью ($H < \mu Q$), показало, что осевое смещение катка происходит при любом отношении H/Q , отличном от нуля. Каток движется по линии OB , а угол γ зависит от отношения H/Q . Поэтому распор от веса крана при его расчете не должен учитываться, так как он пропадает в процессе монтажа крана при первых его передвижениях. Учитывая это, при изготовлении крана его пролет следует выполнить меньше проектного на величину

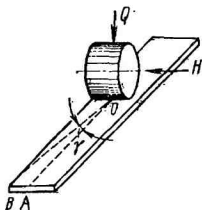


Рис. 9.7. Движение цилиндрического катка при действии боковой силы

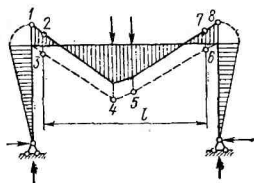


Рис. 9.8. Эпюра изгибающих моментов для неподвижного портала; штриховая линия — для портала в движении

расхождения опор от действия силы тяжести, что для портала равняется

$$\delta = 20h = ql^3h/(12EJ), \quad (9.26)$$

а для полупортала —

$$\delta = \theta h = ql^3h/(24EJ), \quad (9.27)$$

где θ — угол поворота верхнего строения у опор.

При определении распора от изменения температуры следует иметь в виду температурный интервал между двумя передвижениями крана, который может составить 10—20 °С. При повышении температуры распор направлен внутрь пролета, а при понижении — наружу. Температурное влияние практически следует учитывать при пролетах более 20 м.

Рассмотрим случай, когда по верхнему строению (мосту) перемещается тележка (поворотный кран), как это имеет место, например, у козловых кранов (мостовых перегружателей). Верхнее строение на длине l рассчитывается для случая, когда кран находится в движении, так как при этом отсутствует распор, разгружающий верхнее строение (рис. 9.8). Участки верхнего строения у опор до сечений 2 и 7 следует рассчитывать при неподвижном кране, а со значениями изгибающих моментов в сечениях 3—6 (штриховая линия — для портала в движении) при

кране в движении. Очертания расчетной эпюры для верхнего строения на рис. 9.8 обозначены цифрами 1—8. Численные значения изгибающих моментов 2—3 и 6—7 равны между собой. Опоры рассчитываются для случая, когда кран неподвижен. Наибольшее давление, сжимающее опору, и наибольшая величина распора, изгибающего опору, имеют место при разных положениях тележки на мосту. Например, для бесконсольного крана (рис. 9.8) наибольшее давление на опору будет иметь место при крайнем положении тележки, а наибольшее значение распора — при среднем. В расчете надлежит рассмотреть оба эти случая. Когда тележка выезжает на консоль, распор меняет знак. На рис. 9.9, а

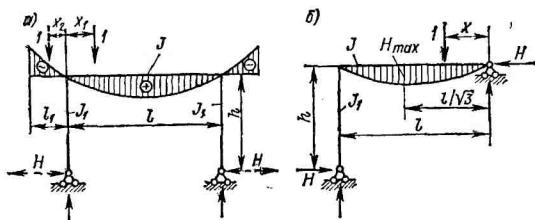


Рис. 9.9. Линия влияния распора H : а — для портала с консолями; б — для полупортала

приведена линия влияния распора H для портала с консолями. На участке пролета линия влияния распора есть парабола с уравнением

$$H = 3x_1(l - x_1)/[2hl(2k + 3)]. \quad (9.28)$$

Максимальное значение распора имеет место при $x_1 = l/2$ и равно

$$H_{l/2} = 3l/[8h(2k + 3)]. \quad (9.29)$$

На длине консоли линия влияния распора есть уравнение прямой

$$H = 3x_2/[2h(2k + 3)] \quad (9.30)$$

и с обратным знаком для распора (на рис. 9.9, а распор H показан пунктиром). Для полупортала линия влияния распора (рис. 9.9, б) также есть парабола с уравнением

$$H = x(l^2 - x^2)/[2hl^2(k + 1)]. \quad (9.31)$$

Максимальное значение распора имеет место при $x = l/\sqrt{3}$ и равно

$$H_{\max} = l/[3\sqrt{3}h(k + 1)], \quad (9.32)$$

где $k = Jh/J_1l$.

Определим распор, возникающий в статически неопределимых конструкциях порталов и полупорталов вследствие изменения

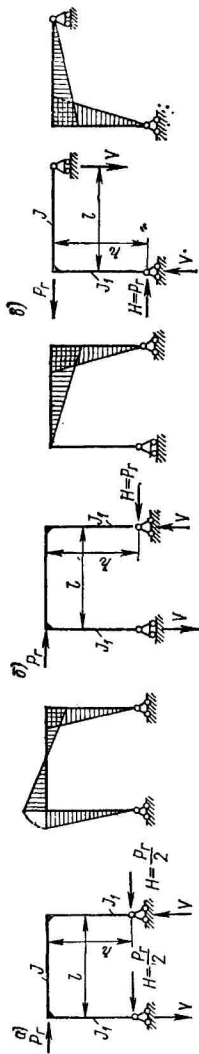


Рис. 9.10. Горизонтальная нагрузка вдоль верхнего строения: а — портала с двумя неподвижными опорами; б — портала с одной неподвижной опорой; в — полуportала

температуры. При изменении температуры на t градусов верхнее строение изменяет длину на

$$\delta_t = \alpha l t, \quad (9.33)$$

где коэффициент линейного расширения $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$.

Горизонтальная сила, равная единице и приложенная к подвижной опоре портала (рис. 9.10, б), вызывает ее перемещение на величину

$$\delta_1 = \sum \int \frac{M_1^2 dx}{EJ} = 2 \int_0^h \frac{x^2 dx}{EJ_1} + \\ + 2 \int_0^{l/2} \frac{hx^2 dx}{EJ} = \frac{h^3}{3EJ} (2k + 3),$$

а приложенная к подвижной опоре полуportала (рис. 9.10, в) — на величину

$$\delta_1 = \sum \int \frac{M_1^2 dx}{EJ} = \int_0^h \frac{x^2 dx}{EJ_1} + \\ + \int_0^l \frac{(hx/l)^2 dx}{EJ} = \frac{h^3}{3EJ} (k + 1),$$

где M_1 — изгибающий момент от силы, равной единице; $k = Jh/J_1l$.

Таким образом, от изменения температуры на t градусов у портала возникает дополнительный распор

$$H_t = \delta_t / \delta_1 = 3\alpha t EJ / [h^2 (2k + 3)], \quad (9.34)$$

а у полуportала —

$$H_t = \delta_t / \delta_1 = 3\alpha t EJ / [h^2 (k + 1)]. \quad (9.35)$$

Для уменьшения величины дополнительного распора от изменения температуры следует увеличивать значение k , т. е. гибкость опор путем уменьшения значений J_1 по отношению к J . Увеличение гибкости опор уменьшает значения распора и в других случаях.

Рассмотрим действие на порталы и полупорталы горизонтальных сил, возникающих при торможении передвигающейся по верхнему строению тележки (крана), а также от давления ветра.

Если обе опоры портала рассматривать как неподвижные (рис. 9.10, а), то горизонтальные реакции $H = P_r/2$, поскольку потенциальная энергия сжатия верхнего строения от действия силы P_r пренебрежимо мала по сравнению с потенциальной энергией изгиба опор от действия этой силы. Если одну из опор рассматривать как подвижную (рис. 9.10, б), то на неподвижной опоре горизонтальная реакция $H = P_r$. Изгиб этой опоры возрастает вдвое, а верхнее строение разгружается или догружается в зависимости от направления силы P_r .

Если у полупортала обе опоры рассматривать как неподвижные, то от действия силы P_r горизонтальная реакция возникает у верхней опоры, элементы полупортала не будут испытывать изгиба, а верхнее строение будет растянуто или сжато силой P_r . Если одна из опор полупортала подвижная, то расчетным будет случай, когда подвижной будет верхняя опора (рис. 9.10, в). Тогда элементы полупортала будут испытывать изгиб и в зависимости от направления силы P_r верхнее строение будет разгружаться или догружаться и при этом высокая опора — дополнительно сжиматься или растягиваться.

Глава 10

ОСНОВЫ ДИНАМИЧЕСКОГО РАСЧЕТА КРАНОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ

§ 10.1. Динамические расчетные схемы основных типов крановых конструкций и их приведенные массы

При работе отдельных механизмов крана силовое воздействие от двигателя или тормоза через систему привода передается на металлическую конструкцию, вызывая ее колебания и соответствующие им напряжения. Результаты работ по различным вопросам динамики в краностроении показывают возможность сведения действительных систем к упрощенным расчетным динамическим схемам. Колебания металлической конструкции можно рассматривать как колебания системы с конечным числом степеней свободы, т. е. с конечным числом независимых координат, определяющих положение системы. Для этого распределенная масса конструкции заменяется одной или несколькими сосредоточенными приведенными массами, что зависит от схемы конструкции и положения точек, в которые приводятся массы. При этом следует стремиться к получению системы с минимальным числом степеней свободы. При рассмотрении колебаний, поскольку определяется

наибольшее воздействие, имеющее место при первых колебаниях, можно пренебрегать силами неупругого сопротивления (затуханием колебаний). Жесткость валов несоизмерима с жесткостью канатных систем и металлических конструкций. Поэтому без снижения практической точности расчетов металлических конструкций упругость жестких передач привода можно не учитывать, что подтверждают экспериментальные тензометрические исследования механизмов подъема, передвижения и вращения ряда кранов. Как показывают тензометрические исследования крановых конструкций, уже колебания второй частоты затухают быстро. Поэтому практически в большинстве случаев достаточно ограничиться рассмотрением только основной низшей частоты.

При замене распределенной массы конструкции сосредоточенными массами исходят из динамической эквивалентности обеих систем, т. е. из сохранения максимальных значений кинетической и потенциальной энергии конструкции в процессе ее свободных колебаний.

В любом сечении балки, совершающей свободные колебания какой-либо частоты, на расстоянии x от конца ее перемещение $y = f(x) \sin(pt + \varepsilon)$, где $f(x)$ — ордината прогиба в процессе колебаний; p — частота; ε — начальная фаза колебаний. Скорости перемещения:

$$y' = pf(x) \cos(pt + \varepsilon), \text{ а } y_{\max} = f(x); y'_{\max} = pf(x).$$

Максимальное значение кинетической энергии для балки с распределенной массой m будет равно

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_0^l m y_{\max}^2 dx &= \frac{p^2}{2} \int_0^l m f^2(x) dx \approx \frac{p^2}{2} \sum m f^2(x) \Delta x = \\ &= \frac{p^2}{2} \sum m_i f_i^2. \end{aligned}$$

Заменим распределенную массу m несколькими сосредоточенными массами m_i . Таким образом,

$$\int_0^l m f^2(x) dx \approx \sum m f^2(x) \Delta x = \sum m_i f_i^2. \quad (10.1)$$

Кроме того, общая масса балки должна сохраниться неизменной, т. е.

$$\int_0^l m dx \approx \sum m \Delta x = \sum m_i. \quad (10.2)$$

В качестве примера рассмотрим определение приведенной массы для балки со свободно опертыми концами с равномерно распределенной по длине массой m , считая балку системой с одной степенью свободы. Примем уравнение прогиба балки от сосредоточенной силы, равной единице в середине пролета, в виде синусоиды, что широко используется при решении задач о колебаниях

и прочности конструкций: $f(x) = f_0 \sin \pi x/l$, где $f_0 = l^3/(48EJ)$. Из условия (10.1)

$$m \int_0^l f^2(x) dx = m \int_0^l f_0^2 \sin^2 \frac{\pi x}{l} dx = \frac{ml}{2} f_0^2 = m_m f_0^2, \quad (10.3)$$

откуда $m_m = ml/2$. Точное решение дает значение $m_m = 0,493ml$. Из условия (10.2) очевидно, что на опорах будут сосредоточены массы $m_0 = 0,25ml$ (рис. 10.1).

Если двухопорная балка, например мостового крана, кроме равномерно распределенной нагрузки q несет ряд сосредоточенных нагрузок G_i , то приведенная к середине пролета масса балки может быть определена исходя из формулы (10.1):

$$m_m = [0,5ql + \sum G_i f_i^2(x)]/g, \quad (10.4)$$

где $f_i(x)$ — ординаты прогиба от силы, равной единице в середине пролета, в тех сечениях балки, где приложены нагрузки G_i . При этом

$$f_i(x) = \frac{l^3}{16EJ} \left(\frac{x}{l} - \frac{4}{3} \frac{x^3}{l^3} \right),$$

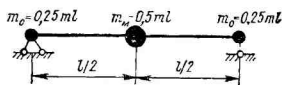


Рис. 10.1. Схема определения приведенной массы двухопорной балки

где $x \leq 0,5l$ — расстояние от опоры до точки приложения сосредоточенной нагрузки G_i . Если масса m_i расположена близко к опорам, то влиянием такой массы (например, кабина вблизи опоры моста) на значение m_m в середине пролета можно пренебречь. Также можно пренебрегать влиянием базы тележки и рассматривать тележку как точечную массу. В более общем виде

$$m_m = [\alpha ql + \sum G_i f_i^2(x)]/g, \quad (10.5)$$

где α — коэффициент приведения, а $f_i(x)$ — прогиб в сечении, где приложена нагрузка G_i .

Если у двухопорной балки крана тележка стоит на расстоянии x_0 от опоры, то приведенная в эту точку распределенная масса балки (из условия равенства ее нижней частоты колебаний $p = \pi^2/(l^2 \sqrt{EJ/m})$, которая в динамических расчетах крановых конструкций имеет основное значение, и частоты заменяющей ее одномассовой системы с массой на расстоянии x_0 от опоры при колебаниях в вертикальной плоскости $p_0 = \sqrt{c_m/(\alpha ml)}$ может определяться также по формуле (10.5), где, полагая $p = p_0$ и учитывая, что $c_m = 3EJ/[x_0^3(l - x_0)^2]$, находим $\alpha = 3l^4/[\pi^4 x_0^2(l - x_0)^2]$ и $f_i(x) = x_0^3(l - x_0)^2/(3EJl)$.

Для консольной балки и для статически неопределимых балок приведенные массы могут быть вычислены аналогично по уравнениям (10.1) и (10.5). При этом для определения коэффициента α можно воспользоваться выражением кривой с формой изгиба, подходящей к получающейся при колебаниях, например статической упругой линией балки, или синусоидой. Так, для консольной балки с началом координат в заделке $f(x) = f_0 [1 - \cos \pi x/(2l)]$,

а из условия (10.1) $m \int_0^l \left(1 - 2 \cos \frac{\pi x}{2l} + \cos^2 \frac{\pi x}{2l}\right) dx = 0,23mlf_0^2$.

Отсюда приведенная масса на конце консоли аналогично формуле (10.3) $m_m = 0,23ml \approx 0,25ml$.

Для стержня с одним шарнирным и другим свободным концом (типа стрелы) из условия равенства кинетической энергии в процессе свободных колебаний равномерно распределенной массы стержня m и приведенной к его концу массы m_m находим, что

$$\int_0^l m \frac{x^2 \omega^2}{2} dx = \frac{ml^3 \omega^2}{6} = \frac{mlv^2}{6} = \frac{m_m v^2}{2}.$$

Отсюда $m_m = ml/3$. Здесь ω — угловая скорость; v — окружная скорость на конце стержня.

§ 10.2. Определение динамического воздействия на одномассовую систему при нагрузке, возрастающей по линейному закону, приложенной мгновенно и кратковременно

Рассмотрим влияние различных способов приложения сил, характерных для конструкций подъемно-транспортных машин, на движение системы с одной степенью свободы. При этом будем пренебрегать диссипативными силами, т. е. силами вредных сопротивлений.

Нагрузка, возрастающая по линейному закону. Пусть на массу m_m , находившуюся в равновесии, действовала нагрузка, возрастающая в течение времени T до наибольшего значения Q по линейному закону (рис. 10.2, а).

1. При $t \leq T$ дифференциальное уравнение колебаний массы будет $m_m y'' + cy = Qt/T$, откуда

$$y'' + p^2 y = Qt/(m_m T), \quad (10.6)$$

где c — жесткость связи (конструкции), $c = Q/y_{ст}$; $y_{ст}$ — статическое перемещение (прогиб) от действия нагрузки Q ; p — круговая частота свободных колебаний системы, т. е. число колебаний в 2π секунд, $p = \sqrt{c/m_m}$. Общее решение уравнения (10.6) запишем в форме

$$y = A \sin pt + B \cos pt + Qt/(p^2 m_m T), \quad (10.7)$$

или

$$y = A \sin pt + B \cos pt + y_{ст} t/T. \quad (10.8)$$

При $t = 0$, $y = 0$ и $y' = 0$ и из выражения (10.8) найдем: $A = -y_{ст}/(pT)$; $B = 0$, откуда

$$y = y_{ст} (t - \sin pt/p)/T, \quad (10.9)$$

$$y' = y_{ст} (1 - \cos pt)/T. \quad (10.10)$$

При $t = T$ из выражений (10.9) и (10.10) получим:

$$y_T = y_{ст} [1 - \sin pT/(pT)]; \quad (10.11)$$

$$y'_T = y_{ст} (1 - \cos pT)/T. \quad (10.12)$$

Из выражения (10.10) видно, что в течение всего промежутка времени $t \leq T$ скорость перемещения массы m_m положительна ($\cos pt \leq 1$). При $t = T$ $y'_T \geq 0$ (10.12), т. е. к моменту прекращения нарастания нагрузки масса обладает запасом кинетической энергии, который будет израсходован на дополнительную деформацию системы. Таким образом, наибольшее перемещение система будет иметь при $t > T$.

2. При $t \geq T$ дифференциальное уравнение колебаний массы будет $m_m y'' + cy = Q$, откуда

$$y'' + p^2 y = Q/m_m. \quad (10.13)$$

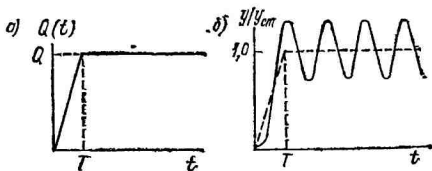


Рис. 10.2. Зависимость силового воздействия (а) и соответствующего ему перемещения массы (б) от времени t

Общее решение уравнения (10.13) запишем в форме

$$y = C \sin p(t - T) + D \cos p(t - T) + y_{ст}, \quad (10.14)$$

поскольку $Q/(p^2 m_m) = y_{ст}$.

Подставляя в решение (10.14) $t = T$ и учитывая выражения (10.11) и (10.12), получим:

$$C = y'_T/p = y_{ст} (1 - \cos pT)/(pT); \quad D = y_T - y_{ст} = -y_{ст} \sin pT/(pT). \quad (10.15)$$

Подставим значения C и D из (10.15) в (10.14). Тогда

$$\begin{aligned} y &= y_{ст} [1 + (1 - \cos pT) \sin p(t - T)/(pT) - \\ &- \sin pT \cos p(t - T)/(pT)] = y_{ст} [1 + [\sin p(t - T) - \sin pt]/(pT)] = \\ &= y_{ст} \left[1 - \frac{2}{pT} \sin \frac{pT}{2} \cos \frac{p(2t - T)}{2} \right]. \end{aligned} \quad (10.16)$$

Так как период колебаний

$$\tau = 2\pi/p, \quad (10.17)$$

то, подставляя его значение в выражение (10.16), найдем

$$y = y_{ст} \left[1 - \frac{\tau}{\pi T} \sin \frac{\pi T}{\tau} \cos \frac{\pi}{\tau} (2t - T) \right]. \quad (10.18)$$

Наибольшее значение перемещения

$$y_{\max} = y_{\text{ст}} \left[1 + \frac{\tau}{\pi T} \left| \sin \frac{\pi T}{\tau} \right| \right]$$

имеет место при $\cos \pi (2t - T)/\tau = \pm 1$, причем знак у единицы должен быть взят обратным знаку $\sin \pi T/\tau$.

Отношение максимальных значений перемещений, усилий или вызываемых ими напряжений, возникающих в конструкции в результате динамического действия сил, к значениям, возникающим от статического приложения этих же сил, называется динамическим коэффициентом.

В данном случае динамический коэффициент

$$\psi = \frac{y_{\max}}{y_{\text{ст}}} = 1 + \frac{\tau}{\pi T} \left| \sin \frac{\pi T}{\tau} \right| = 1 + k_{\text{д}}. \quad (10.19)$$

Изменения коэффициента нарастания нагрузки $k_{\text{д}}$ в зависимости от отношения T/τ представлены на рис. 10.3 штриховой линией.

При $T \rightarrow 0$ $\frac{\tau}{\pi T} \sin \frac{\pi T}{\tau} \rightarrow 1$; $\psi = 2$; при $T \rightarrow \infty$ $\frac{\tau}{\pi T} \sin \frac{\pi T}{\tau} \rightarrow 0$; $\psi = 1$.

Для практического применения изменение коэффициента нарастания нагрузки $k_{\text{д}}$ при $T > 0,5\tau$ принимается по огибающей кривой, показанной на рис. 10.3 сплошной линией.

$$\left. \begin{aligned} \text{При } \frac{T}{\tau} < 0,5 \quad \psi &= 1 + \frac{\tau}{\pi T} \sin \frac{\pi T}{\tau}; \\ \text{при } T/\tau \geq 0,5 \quad \psi &= 1 + \tau/\pi T. \end{aligned} \right\} \quad (10.20)$$

Как видно, при $T/\tau = 6,5$ $\psi \approx 1,05$. Это значит, что, если период развития нагрузки T более чем в 6,5 раз превышает период свободных колебаний системы, динамическим влиянием нагрузки на систему можно пренебречь (с точностью до 5 %). На рис. 10.2, б показано перемещение массы $m_{\text{м}}$ в процессе колебаний для $t < T$ по уравнению (10.9) и для $t \geq T$ по уравнению (10.18). Колебания происходят вокруг статического отклонения системы (штриховая линия), которое для $t < T$ равномерно возрастает, а для $t > T$ остается постоянным и равным $y_{\text{ст}}$.

Нагрузка, приложенная мгновенно. Такая нагрузка есть частный случай нагрузки, возрастающей по линейному закону, при $T \rightarrow 0$. Колебания происходят около положения статического равновесия [см. формулу (10.18)], и $y_{\max} = 2y_{\text{ст}}$.

Нагрузка, приложенная кратковременно. Пусть к массе $m_{\text{м}}$, находившейся в равновесии, была приложена мгновенно нагрузка, которая по истечении времени t_1 так же внезапно была снята (рис. 10.4). Если $t_1 \geq \tau/2$, то наибольшее перемещение достигнет значения двойного статического, т. е. в этом случае независимо от значения t_1 $y_{\max} = 2y_{\text{ст}}$. Если $t_1 < \tau/2$, то $y_{\max} < 2y_{\text{ст}}$. Если $t_1 < \tau/4$, то во время действия нагрузки деформация не достигнет значения, получающегося при статическом нагружении.

Круговая частота p и период τ [см. формулу (10.17)] свободных колебаний. Эти параметры являются основными динамическими характеристиками конструкций. Круговая частота

$$p = \sqrt{c/m_m}, \quad (10.21)$$

где m_m — действительная масса в одномассовой системе и приведенная в многомассовой, совершающей одно из главных колебаний; c — действительная или приведенная жесткость конструкции.

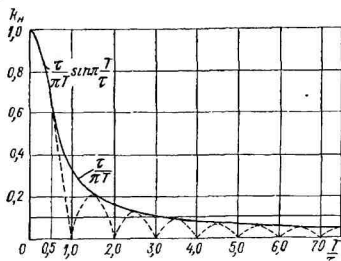


Рис. 10.3. Зависимость коэффициента нарастания нагрузки k_n от T/τ

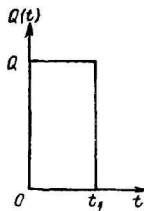


Рис. 10.4. Схема внезапного действия нагрузки на конструкцию

Техническая частота равна

$$n = 60p/(2\pi), \quad (10.22)$$

т. е. числу колебаний в минуту.

На частоту свободных колебаний можно воздействовать изменением массы и жесткости конструкций. Обычно динамически неудачные конструкции обладают малой частотой свободных колебаний. Для увеличения частоты колебаний конструкции нужно уменьшать ее массу. Однако возможностей заметного уменьшения массы конструкции, как правило, нет, поскольку всегда стремятся к созданию конструкций минимальной массы. Увеличения частоты в динамически неудачной конструкции обычно достигают за счет повышения ее жесткости. Жесткость можно увеличивать, изменяя сечения элементов конструкции или ее геометрическую схему. Последний путь более рационален. Жесткость повышается с увеличением высоты ферм и балок, при добавлении новых связей и т. п.

Затухание колебаний конструкций. Колебания, возникающие в периоды разгона и торможения, имеют важное значение. Стремление к снижению массы металлических конструкций кранов привело к тому, что были отмечены случаи создания таких конструкций, которые в результате обычных операций по разгону и торможению груза начинали совершать медленно затухающие колебания, мешающие нормальной эксплуатации кранов. При

этом статические и динамические напряжения и прогибы у конструкций этих кранов находились в обычных допустимых пределах. Такие медленно затухающие колебания конструкций и груза в ряде случаев снижают производительность крана при совершении им достаточно точных сборочных работ и отражаются неблагоприятно на самочувствии крановщика, особенно если кабина совершает колебания большой амплитуды, например, когда у мостового крана она расположена в середине пролета.

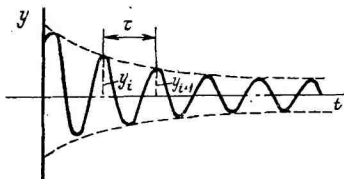


Рис. 10.5. Схема затухания колебаний

Известно также, что на некоторых типах башенных кранов в результате действия колебаний крановщики испытывали тошноту и головокружение.

Затухание упругих колебаний конструкций происходит по закону экспоненты (рис. 10.5). Первоначальная амплитуда колебаний $y_{\max}$,

характеризующая динамическую жесткость металлической конструкции, по истечении времени t и совершения $n = t/\tau$ колебаний равна

$$y = y_{\max} e^{-\gamma n} = y_{\max} e^{-\gamma t/\tau}, \quad (10.23)$$

где $\gamma = \epsilon\tau$ — логарифмический декремент затухания, равный разности логарифмов двух последовательных амплитуд $y_1 > y_2$, т. е. $\gamma = \ln y_1/y_2$; $\epsilon = n_0/(2m)$ — коэффициент затухания, а n_0 — коэффициент сопротивления в уравнении колебаний $my'' + n_0y' + cy = 0$. Из формулы (10.23) время затухания

$$t = n\tau = \tau/\gamma [\ln (y_{\max}/y)] = \ln (y_{\max}/y)/\epsilon. \quad (10.24)$$

Первоначальная амплитуда $y_{\max}$ и допустимое время затухания колебаний зависят от типа крана и условий его эксплуатации. Коэффициент затухания ϵ может быть определен только экспериментальным путем. Для коробчатых крановых мостов $\epsilon \approx 0,12 \div 0,05$ (для H/l от $1/12$ до $1/18$) при t от 5 до 30 с. При колебаниях рабочего места с частотами до 5 Гц, что характерно для многих крановых конструкций, для организма человека не опасны ускорения до 50 см/с^2 . Если колебания конструкции или кабины чрезмерны, целесообразно не снижать напряжения в конструкции, увеличивая ее вес, а использовать гасители колебаний или виброизоляцию места крановщика.

§ 10.3. Динамическое действие нагрузок на конструкции при работе механизмов подъема, передвижения, вращения, и изменения вылета кранов

Механизм подъема. Динамическое воздействие груза на конструкцию имеет место как при движении висящего на канатах груза, так и в процессе натягивания канатов, когда груз еще не оторвался от основания.

В теоретическом решении будем пренебрегать массой каната, что вполне допустимо при высотах подъема, характерных для кранов, а также изменением его длины за время развития максимальных динамических перемещений, что оправдано при тех скоростях подъема, которые практически имеют место. При рассмотрении колебаний конструкции и груза будем пренебрегать упругостью механизма и влиянием высокочастотных колебаний натяжений каната на режим работы тихоходных крановых двигателей. В начальный момент, когда усилие в канатах возрастает от нуля до значения, соответствующего статическому натяжению от веса груза, происходит некоторое снижение частоты вращения двигателя, зависящее от его характеристики. Это уменьшает динамическое воздействие груза на конструкцию, т. е. отсутствие учета обратной связи в виде влияния скорости нарастания нагрузки на режим работы двигателя увеличивает запас надежности.

При рассмотрении динамических перемещений металлической конструкции будем принимать ее за систему с одной степенью свободы с приведенной массой m_m и приведенной жесткостью c_m . Такая простая схема дает решения с достаточной точностью в очень многих

случаях. Точку приведения принимаем там, где приложена нагрузка от веса груза на канатах (включая грузозахват) Q_k . Деформацией основания, на котором лежит груз, при его подъеме пренебрегаем, что в обычных условиях вполне допустимо. Также пренебрегаем влиянием затухания колебаний на уменьшение наибольшего динамического перемещения конструкций, что может иметь практическое значение лишь при полиспадах кратности более трех. При динамике подъема есть случаи, когда конструкцию надо принимать за систему с двумя степенями свободы. Например, у башенных кранов в процессе колебаний конструкций горизонтальными перемещениями пяты стрелы, прикрепленной к башне, пренебрегать нельзя (рис. 10.6) [4]. Теоретическое решение, основанное на рассмотрении дифференциальных уравнений движения конструкции и груза, имеется в рекомендуемой литературе [1].

Рассмотрим упрощенную методику динамического расчета при подъеме груза. Результаты натурных тензометрических испы-

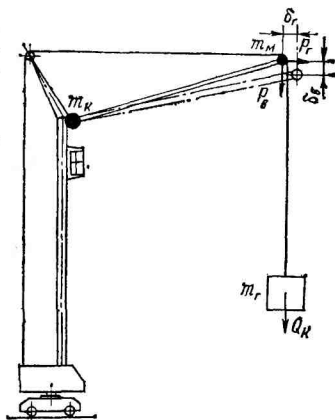


Рис. 10.6. Положения конца стрелы при перемещении

таний мостовых, порталных и других типов кранов дают возможность принять следующие допущения: усилия в канатах в процессе их натягивания, пока груз еще лежит на основании, возрастают линейно, т. е. линейно возрастает нагрузка, приложенная к конструкции; после отрыва груза от основания, а также после торможения висающего на канатах груза, поскольку колебания второй частоты в конструкции малозаметны, а в канатах хотя и заметны, но быстро затухают, груз совместно с конструкцией совершает колебания той же частоты, т. е. канат по сравнению с конструкцией является весьма жестким.

Если принять для динамического коэффициента значение по формуле (10.20), где в соответствии со сделанными допущениями:

$$\tau = 2\pi \sqrt{(m_m + m_r)/c_m}; \quad T \approx (y_{ст} + \lambda_{ст})/(0,5v) \quad (10.25)$$

(где v — скорость подъема), то получим, что

$$\psi = 1 + \frac{\tau}{\pi T} = 1 + \frac{v}{y_{ст} + \lambda_{ст}} \sqrt{\frac{m_m + m_r}{c_m}} = 1 + av,$$

где

$$a = \frac{1}{y_{ст} + \lambda_{ст}} \sqrt{\frac{m_m + m_r}{c_m}}. \quad (10.26)$$

Однако практически время T оказывается то меньше, то больше, чем определенное по формуле (10.25), и более правильным является определение величины ψ по формуле

$$\psi = 1 + \xi av, \quad (10.27)$$

где значения $\xi \geq 1$, причем $\xi_{\max} = 2$, когда отрыв груза от основания производится с полной скоростью, что является нарушением условий эксплуатации и может рассматриваться лишь как особая нагрузка (см. § 12.5). Для отдельных групп кранов значение ξ устанавливается на основании дополнительных исследований, зависящих от способа запуска подъемного механизма (нерегулируемый, регулируемый или автоматический). Если такие данные отсутствуют, то можно принимать для кранов общего назначения $\xi = 1,5$. Чем больше грузоподъемность крана, тем меньше скорость подъема, избыточный момент двигателя (тормоза) и частота его вращения, а потому и силы инерции при разгонах (торможениях). При этом начинает проявляться демпфирующее влияние потерь в полиспастной системе, которые в упрощенной методике динамического расчета не учитываются, так как имеют для малых и средних грузоподъемностей при обычных для них скоростях небольшое значение.

Для предварительных расчетов значение динамического коэффициента конструкции можно также принимать равным значению его для каната при абсолютно жесткой конструкции. Тогда в соответствии с решением дифференциальных уравнений движения конструкций при работе механизма подъема

$$\psi = 1 + v/\sqrt{g\lambda_{ст}}. \quad (10.28)$$

Значение ψ будет наибольшим при крайнем положении тележки на крановом мосту, при положении тележки у опоры козлового крана и мостового перегружателя и во всех других случаях, когда деформациями конструкций $y_{\text{ст}}$ можно пренебречь. При этом механизм подъема и рама тележки будут испытывать наибольшую нагрузку. Расчетным будет этот случай и для некоторых элементов металлических конструкций, например для опорных частей кранов.

Если действующая на кран вертикальная сила $P_{\text{в}}$ кроме вертикальных $\delta_{\text{в}}$ вызывает также и горизонтальные перемещения, что имеет место, например, в стреловых кранах, то на конец стрелы будет действовать горизонтальная инерционная сила (рис. 10.6) $P_{\text{г}} = m_{\text{м}} j_{\text{г}}$. Если учесть, что под влиянием этой силы масса у корня стрелы $m_{\text{к}}$ получает перемещение, например в результате прогиба колонны крана, данная упругая система будет иметь две степени свободы. Рассмотрим приближенное решение вопроса, когда перемещением массы $m_{\text{к}}$ у корня стрелы можно пренебречь и рассматривать упругую систему как имеющую одну степень свободы. При этом перемещение массы $m_{\text{м}}$ на конце стрелы будет характеризоваться ее углом поворота.

Ускорение в вертикальной плоскости $j_{\text{в}} = P_{\text{в}} / (m_{\text{м}} + m_{\text{г}})$. Поскольку перемещения $\delta_{\text{г}}$ и $\delta_{\text{в}}$ достигаются в одно и то же время, ускорение в горизонтальной плоскости $j_{\text{г}} = \delta_{\text{г}} j_{\text{в}} / \delta_{\text{в}}$, т. е.

$$P_{\text{г}} = \frac{P_{\text{в}}}{1 + m_{\text{г}}/m_{\text{м}}} \frac{\delta_{\text{г}}}{\delta_{\text{в}}} = \frac{\psi Q_{\text{к}}}{1 + m_{\text{г}}/m_{\text{м}}} \frac{\delta_{\text{г}}}{\delta_{\text{в}}}. \quad (10.29)$$

Предполагается, что масса груза на гибком подвесе не оказывает влияния на значение $P_{\text{г}}$, т. е. период поперечных колебаний груза при наименьшей высоте его подвеса h (м)

$$\tau_0 = 2\pi \sqrt{h/g} \approx 2\sqrt{h} \quad (10.30)$$

значительно больше периода свободных колебаний конструкции как в вертикальной, так и в горизонтальной плоскости. В большинстве практических случаев $\tau_0 > 3\tau$, что позволяет пренебречь влиянием второй частоты и пользоваться формулой (10.29).

Рассмотрим торможение опускающегося груза. При упрощенном рассмотрении торможения опускающегося груза его можно принять мгновенным. Тогда вся кинетическая энергия груза $V_{\text{к}}$ перейдет в потенциальную энергию каната U_1 и конструкции U_2 и последняя будет испытывать наибольшую нагрузку. Так как

$$V_{\text{к}} = Q_{\text{к}} v^2 / (2g); \quad U_1 = P_{\text{д}} \lambda_{\text{д}} / 2, \quad P_{\text{д}} / \lambda_{\text{д}} = Q_{\text{к}} / \lambda_{\text{ст}};$$

тогда $U_1 = P_{\text{д}}^2 \lambda_{\text{ст}} / (2Q_{\text{к}})$; $U_2 = P_{\text{д}} f_{\text{д}} / 2$, а $P_{\text{д}} / f_{\text{д}} = Q_{\text{к}} / y_{\text{ст}}$, поэтому $U_2 = = P_{\text{д}} y_{\text{ст}} / (2Q_{\text{к}})$. Тогда

$$\frac{Q_{\text{к}} v^2}{2g} = \frac{P_{\text{д}}^2}{2Q_{\text{к}}} (\lambda_{\text{ст}} + y_{\text{ст}}) \quad \text{и} \quad P_{\text{д}} = \frac{Q_{\text{к}} v}{\sqrt{g (\lambda_{\text{ст}} + y_{\text{ст}})}}.$$

Максимальное усилие

$$P_{\text{max}} = Q_{\text{к}} (1 + v / \sqrt{g (\lambda_{\text{ст}} + y_{\text{ст}})}), \quad (10.31)$$

$$\psi_{\max} = 1 + v/\sqrt{g(\lambda_{\text{ст}} + y_{\text{ст}})} = 1 + av, \quad (10.32)$$

где

$$a = 1/\sqrt{g(\lambda_{\text{ст}} + y_{\text{ст}})}. \quad (10.33)$$

Коэффициент a , определенный по формуле (10.33), всегда меньше, чем определенный по формуле (10.26), если $\lambda_{\text{ст}}$ представляет собой только упругое удлинение каната (мостовые, козловые и другие краны, где канат, сходящий с барабана, висит вертикально). Это очевидно из энергетических соображений. При мгновенном торможении опускающегося груза его кинетическая энергия переходит в потенциальную энергию конструкции и канатов. При отрыве груза от основания в потенциальную энергию конструкции и канатов кроме кинетической энергии груза переходит еще кинетическая энергия массы конструкции, поскольку к моменту отрыва груза от основания конструкция под влиянием натягивающихся канатов деформируется и масса ее обладает скоростью. Поэтому при упрощенном рассмотрении задачи (мгновенное торможение, пренебрежение затуханием колебаний и т. п.), если скорости подъема и спуска одинаковы, динамический коэффициент при подъеме с основания больше, чем при торможении во время спуска. При двигателях постоянного тока при торможении опускающегося груза они будут оказывать тормозящее действие и снижать динамические нагрузки.

Механизм передвижения. При передвижениях крана динамические воздействия на его конструкцию возникают как в периоды разгона и торможения, так и при установившемся движении в результате перемещения крана по неровному пути, например при проходе через неровные стыки рельсов и т. п.

Поскольку жесткость механизма высока по сравнению с жесткостью конструкции и тем более гибкого подвеса груза, допущение об абсолютно жестком механизме заметно не влияет на результаты теоретического исследования. Самая низкая частота свободных колебаний в системе привода значительно выше, чем частота колебаний большинства крановых конструкций. В отдельных случаях, например при длинных трубчатых трансмиссионных валах механизмов передвижения крановых мостов, может оказаться целесообразным учесть упругость механизма, хотя все же поправка к значениям динамических перемещений (напряжений) в конструкции будет невелика.

При рассмотрении динамических перемещений конструкции с расположенными на ней механизмами принимаем ее за систему с одной степенью свободы с приведенной массой m_m и приведенной жесткостью в горизонтальной плоскости c_m . Точку приведения будем считать совпадающей с местом, где приложена нагрузка от груза. Колебания конструкции будем рассматривать в горизонтальной плоскости, считая их независимыми от колебаний в вертикальной плоскости. Груз может быть подвешен к кон-

струкции на канатах — система с двумя степенями свободы (колебание массы m_m и груза) или на жесткой подвеске — система с одной степенью свободы. Теоретические решения, основанные на рассмотрении дифференциальных уравнений движения конструкции и груза, имеются в рекомендуемой литературе [1, 3, 4].

Рассмотрим упрощенную методику динамического расчета механизма передвижения. При разгонах и торможениях конструкции, как правило, находятся в условиях кратковременного действия нагрузки (см. рис. 10.4). Так как при передвижении кранов обычно груз находится в положении, близком к высшему, то можно гибкий подвес уподобить жесткому, что несколько преувеличит влияние груза на горизонтальные силы инерции. При резком разгоне или торможении наибольшее усилие, приложенное к приведенной массе конструкции m_m ,

$$P_n^{\max} = 2(m_m + m_r)j, \quad (10.34)$$

а при плавном разгоне или торможении —

$$P_n = (m_m + m_r)j, \quad (10.35)$$

где m_m — приведенная масса крана; $j = P_0/(M + m_r)$ — среднее ускорение, определяемое средним пусковым моментом двигателя $M_{дв}$ (расчетным моментом тормоза), при котором тяговое усилие, создающее ускорение,

$$P_0 = 2M_{дв}i\eta/D - P_c, \quad (10.36)$$

где i — передаточное число механизма; η — КПД механизма; D — диаметр ходового колеса; P_c — усилие, расходуемое на преодоление статических сопротивлений; M — масса всей движущейся конструкции крана (тележки); в тех случаях, когда инерцией вращающихся частей привода пренебречь нельзя, к значению массы m_m должно быть добавлено значение эквивалентной массы вращающихся частей привода $m_o = J(\omega/v)^2$, где J — момент инерции всех вращающихся частей привода, отнесенный к валу двигателя; ω — угловая скорость двигателя, соответствующая скорости передвижения крана (тележки) v . Наибольшее расчетное значение ускорения, определяемое максимальным моментом двигателя (тормоза), ограничивается условиями сцепления колес с рельсами

$$j_{\max} \leq \mu_0 g N_{пр}/N, \quad (10.37)$$

где $\mu_0 = 0,10 \div 0,20$ — коэффициент сцепления (меньшее значение — при смазанных или влажных рельсах, большее — при сухих), у кранов, снабженных песочницами, μ_0 достигает 0,25; $N_{пр}$ и N — давление на приводные колеса (включая влияние горизонтальных инерционных сил и ветра) и полное давление на все колеса. Кроме того, следует произвести проверку при пуске (торможении) и максимальном моменте двигателя (тормоза) без

учета упругих колебаний конструкции, при которых должно выполняться условие

$$P_{\text{и}}^{\text{max}} \geq (m_{\text{м}} + m_{\text{г}}) j_{\text{max}} \leq \mu_0 N_{\text{пр}}, \quad (10.38)$$

где j_{max} — максимальное ускорение крана [см. формулу (10.37)]; $N_{\text{пр}}$ — давление на приводные колеса крана. Случай, когда для определения силы $P_{\text{и}}^{\text{max}}$ в формулу (10.34) следует подставлять не j , а j_{max} , можно рассматривать лишь как особую нагрузку. Горизонтальные силы инерции при передвижении тележек по кранам или рельсовым путям

$$P_{\text{и}}^{\text{max}} = (m_{\text{т}} + m_{\text{г}}) j_{\text{max}} \leq \mu_0 N_{\text{пр}}, \quad (10.39)$$

где j_{max} — максимальное ускорение тележки; $N_{\text{пр}}$ — давление на приводные колеса тележки; $m_{\text{г}}$ — масса тележки. Следует отметить, что при рассмотрении работы механизмов передвижения уточнение динамических расчетов имеет меньшее значение, чем при рассмотрении работы механизмов подъема, так как в расчетах используются средние значения μ_0 .

Вертикальные динамические нагрузки, возникающие из-за неровности пути (толчка) при передвижении крана (тележки, поворотной части), учитываются коэффициентом толчков $k_{\text{т}}$. На коэффициент толчков следует умножать как вес конструкции, так и вес груза, имея в виду минимальную высоту его подвеса. При расчетах на сопротивление усталости $k_{\text{т}} = 1 + 0,5 (k'_{\text{т}} - 1)$.

При рассмотрении горизонтальных колебаний порталов, возникающих от действия горизонтальных инерционных сил, ветра и сейсмических нагрузок, нужны значения периодов их свободных колебаний τ . Будем рассматривать портал как одномассовую систему, масса которой m состоит из массы тележки (поворотного крана), расположенной на верхнем строении, массы верхнего строения, поскольку продольными колебаниями его пренебрегаем, и 1/3 массы опор. Для такого случая

$$\tau = 2\pi \sqrt{m\delta}, \quad (10.40)$$

где δ — горизонтальное смещение верхнего строения портала (массы m) от единичной горизонтальной силы, поскольку жесткость $c = 1/\delta$. При двух неподвижных опорах (рис. 10.7, а)

$$\delta = 2 \int_0^h \frac{M_1^2 dx}{EJ_1} + \int_0^l \frac{M_1^2 dx}{EJ} = 2 \int_0^h \frac{x^2 dx}{4EJ_1} + \int_0^l \frac{(h/2 - hx/l)^2 dx}{EJ};$$

$$\delta = h^3 (2k + 1)/(12EJ_1 k); \quad (10.41)$$

при одной неподвижной (рис. 10.7, б), а второй — шарнирной

$$\delta = \int_0^h \frac{M_1^2 dx}{EJ_1} + \int_0^l \frac{M_1^2 dx}{EJ} = \int_0^h \frac{x^2 dx}{EJ_1} + \int_0^l \frac{(h - hx/l)^2 dx}{EJ};$$

$$\delta = h^3 (k + 1)/(3EJ_1 k), \quad (10.42)$$

где M_1 — изгибающий момент от силы, равной единице; $k = hJ/(IJ_1)$. Если размеры сечения опоры изменяются по высоте, можно для J_1 принимать среднее значение из значений моментов инерции верхнего и нижнего сечений.

Механизм вращения. В периоды разгона и торможения механизма вращения динамические воздействия на его конструкцию (стрелу) возникают от раскачивающегося на канатах груза и вращающихся масса конструкции. Если рассматривать колебания груза в плоскости, перпендикулярной к стреле, пренебрегая отклонением груза вследствие действия центробежной и кориолисовой сил инерции, что, как правило, допустимо, и рассматривать стрелу как двухмассовую систему с приведенными массами на

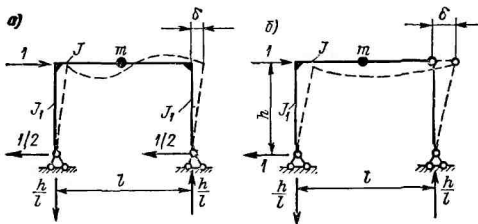


Рис. 10.7. Схема горизонтального смещения портала δ : при двух неподвижных опорах (а); при одной неподвижной (жесткой) и другой подвижной (гибкой) опоре (б)

конце m_m и в корне стрелы, то для случая вращения крана можно использовать все основные выводы, сделанные при рассмотрении динамики механизма передвижения.

Исследования раскачивания груза на канатах у поворотных кранов позволили установить следующие основные положения.

1. Углы отклонения грузового каната зависят от движения точки подвеса груза, которое происходит в соответствии с эксплуатационными режимами работы кранов. Основным движением, определяющим характер колебаний груза, обычно является поворот крана.

2. Наибольшие динамические нагрузки возникают при максимальных грузах и минимальных длинах их подвески h .

3. При чередовании пусков и торможений и одновременном совмещении отдельных движений крана качания груза на канатах, вызванные отдельными движениями (в силу медленного затухания качаний груза и благодаря приблизительному сохранению плоскости качания груза при повороте), могут совпадать и по направлению, и по фазе; амплитуды качаний будут при этом алгебраически складываться.

4. Угол α и в связи с этим усилие P_r , передающееся на конец стрелы (рис. 10.8), в значительной мере зависят от режима эксплуатации крана.

Рассмотрим упрощенную методику определения отклонения грузовых канатов. Отклонение груза от вертикали и его раскачивание на канатах возникают под действием: сил инерции массы груза при разгонах и торможениях механизмов вращения; давления ветра на груз P_v ; качки (плавающие краны). При отклонении канатов на угол α возникает горизонтальная сила $P_r = Q_k \operatorname{tg} \alpha$, которая через усилие в канатах передается на конец стрелы и может быть направлена различно по отношению к плоскости стрелы (рис. 10.8). Если предположить, что инерционные силы от массы груза на канатах действуют статически, то они будут равны:

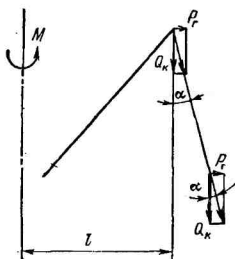


Рис. 10.8. Схема сил, действующих на конец стрелы

касательная сила инерции при повороте, действующая перпендикулярно к плоскости стрелы,

$$P_k = m_r l n = Q_k \pi l n / (g 30 t_k); \quad (10.43)$$

центробежная сила инерции при повороте, действующая в плоскости стрелы,

$$P_{\pi} = Q_k l \pi^2 n^2 / (g 30^2); \quad (10.44)$$

сила инерции при изменении вылета, действующая в плоскости стрелы,

$$P_{\pi} = Q_k v_{\pi} / (g t_{\pi}); \quad (10.45)$$

сила инерции при передвижении крана, могущая быть направленной любым образом по отношению к плоскости стрелы,

$$P_{\pi} = Q_k v_{\pi} / (g t_{\pi}), \quad (10.46)$$

где n — частота вращения крана, об/мин; v_{π} , v_{π} — скорости изменения вылета и передвижения крана, м/с; t_k , t_{π} , t_{π} — время пуска (торможения) соответствующих механизмов.

Если при резком пуске или торможении какого-либо механизма $t_1 \geq \tau/2$ (см. рис. 10.4), то соответствующую силу P_k , P_{π} или P_{π} надо считать вдвое большей. Если условие $t_1 \geq \tau/2$ не выполняется, то в расчет следует вводить силы ψP_k , ψP_{π} и ψP_{π} , где $\psi < 2$. Если пуск или торможение механизма производится плавно с нарастанием момента в течение времени T , то значения ψ определяются по формуле (10.19).

Таким образом, отклонение грузовых канатов может происходить под влиянием сил P_k , P_{π} и P_{π} , возникающих в условиях пуска или торможения механизмов, с учетом их динамического характера, и сил P_{π} и P_v . При этом в силу медленного затухания качаний груза и благодаря сохранению плоскости качания груза при повороте крана амплитуды качаний, вызванных отдельными силами, могут арифметически складываться. Случай суммирования максимальных амплитуд качаний всех указанных выше сил при резких пусках и торможениях надо признать безусловно нереальным. Действительные максимальные углы составляют $1/3$ — $1/2$ от максимально возможных расчетных углов. Вопрос о возможных совмещениях движений и максимальных углах отклоне-

ния грузовых канатов надлежит решать для отдельных групп кранов по данным их эксплуатации. В периоды разгона или торможения механизма вращения динамические воздействия на его конструкцию возникают не только от раскачивающегося на канатах груза, но и от вращающихся масс поворотной части [1, 4, 13].

Механизм изменения вылета. Если изменение вылета осуществляется путем перемещения тележки по стреле, инерционные силы, действующие на тележку, определяются, как при передвижении. Если изменение вылета осуществляется путем качательных движений стрелы, учет влияния раскачивания груза обычно производится совместно с раскачиванием, вызываемым вращением. Исследования инерционных сил при изменении вылета у кранов подтвердили отсутствие динамической связи между раскачиванием груза и упругими колебаниями стрелы, показали, что решающее влияние на динамические напряжения имеют колебания в частоте низшего тона и интенсивность эксплуатации (наложение колебаний, возникающих при разгонах и торможениях). При нормальных торможениях и пусках силы инерции масс стрелового устройства определяются исходя из времени торможения или пуска. При резких торможениях для механизмов среднего и тяжелого режимов работы можно принимать динамический коэффициент для касательных инерционных сил масс стрелового устройства равным двум.

При рассмотрении динамики металлических конструкций при совместной работе нескольких механизмов очевидно, что принятие наибольших динамических нагрузок в виде суммы наибольших динамических нагрузок, возникающих при работе каждого из механизмов, будет завышать действительные напряжения в конструкциях. Степень завышения будет зависеть от типа крана, его параметров и интенсивности его эксплуатации [9].

Часть вторая

МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ КОНСТРУКЦИИ ГРУЗОПОДЪЕМНЫХ МАШИН

Раздел четвертый

МАТЕРИАЛ, ОБЩИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТОВ И ЭЛЕМЕНТЫ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

Глава 11

МАТЕРИАЛЫ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

Для металлических конструкций кранов широко применяются прокатные углеродистые и низколегированные стали. Сравнительно редко используется прокат из алюминиевых сплавов.

§ 11.1. Строительные, углеродистые и низколегированные стали, их характеристики и области применения

Свойства и качество сталей определяются основными техническими характеристиками — механическими свойствами и химическим составом. Механические свойства сталей характеризуются модулем упругости E , пределом текучести σ_t , временным сопротивлением разрыву при растяжении σ_b , относительным удлинением ϵ , ударной вязкостью a_k , изгибом в холодном состоянии на 180° . Эти показатели определяют прочность, упругость, пластичность материалов, а также их склонность к хрупкому разрушению, оцениваемую косвенно ударной вязкостью. Механизм возникновения пластических сдвигов (течение металла) объясняет теория дислокаций, т. е. несовершенств в реальной кристаллической решетке. При этом различают следующие виды разрушений: вязкое (пластичное) — при напряжениях больше σ_t ; хрупкое — без признаков пластических деформаций при низких значениях a_k ; усталостное — в результате многократного действия нагрузок. Пластические деформации при косом срезе связаны с движением дислокаций и определяют причины вязкого разрушения. Вместе с тем хрупкое и усталостное разрушения материала происходят в результате отрыва. При этом накопленная энергия трещин превышает энергию атомных связей. Хрупкое

разрушение (отрыв) возникает при ограниченности пластических сдвигов. Важнейшая причина — низкая температура эксплуатации. Большое значение при выборе стали имеют технологические характеристики — свариваемость, осадка, расплющивание и др. Характеристики сталей определяются на основе стандартных испытаний проб, образцов.

В зависимости от предела текучести и временного сопротивления разрыву при растяжении все стали, применяемые для металлических конструкций, подразделяются на условные группы обычной, повышенной и высокой прочности. Вводимые в расчеты значения пределов текучести ($\sigma_t = 235$ МПа; $\sigma_r = 295$ МПа; $\sigma_t = 325$ МПа; $\sigma_t = 390$ МПа и т. д.) являются минимальными (браковочными), полученными в результате большого числа испытаний образцов.

Механические свойства металла в значительной степени зависят от его химического состава и технологии металлургического производства. По способу выплавки стали подразделяют на мартеновские и конверторные. При поставке углеродистых сталей способ их выплавки обычно не различают. Углеродистые стали по ГОСТ 380—71* по группе А поставляются с гарантиями по механическим свойствам; по группе Б — с гарантиями по химическому составу; по группе В — с гарантиями по механическим свойствам и химическому составу. Сталь группы В является основной для сварных металлических конструкций подъемно-транспортных машин. По каждой плавке стали даются сведения об ее химическом составе, которые, как и механические характеристики, записываются в сертификате. Содержание в стали химических элементов нормируется ГОСТ 380—71* наряду с показателями механических свойств. Химический состав стали характеризуется процентным содержанием в ней различных компонентов и примесей. Так, содержание углерода ограничивается 0,2 % для сварных крановых конструкций. Углерод повышает предел текучести, временное сопротивление растяжению стали, однако пластичность стали уменьшается. С уменьшением содержания углерода улучшается свариваемость стали и снижается падение ударной вязкости при низких температурах. В зависимости от нормируемых показателей стали всех групп (А, Б, В) подразделяются на категории.

Основной маркой стали обычной прочности по ГОСТ 380—71*, применяемой в металлических конструкциях ПТМ, является Ст3, которая обладает достаточно высокими механическими свойствами, в том числе и удовлетворительной ударной вязкостью ($a_n \geq 70$ Дж/см² при 20 °С и $a_n \geq 30$ Дж/см² при —20 °С), а также хорошими технологическими свойствами — свариваемостью, пластичностью. Различают стали спокойную ВСт3сп5, полуспокойную ВСт3пс5 и кипящую ВСт3кп2 (индексы сп, пс, кп — спокойная, полуспокойная, кипящая; 5; 2 — категории в зависимости от нормируемых показателей). Спокойная сталь отличается от кипящей тем, что в металлургическом производстве остывание ее

В изложницах происходит спокойно, без бурного выделения газов. Это обеспечивается путем полного раскисления металла с помощью кремния, алюминия, марганца и др., которые связывают газы. Сталь получается более однородной по химическому составу и механическим показателям. Кипящая сталь раскисляется недостаточно, в слитках остаются газовые пузыри, около которых могут концентрироваться вредные примеси — сера и фосфор.

Механические показатели кипящей стали практически те же, что и у спокойной. Однако кипящие стали имеют большую склонность к хрупким разрушениям. Полуспокойная сталь — промежуточная между спокойной и кипящей и применяется широко. Эта сталь раскисляется не полностью. В спокойной стали кремния содержится 0,12—0,3 %, в полуспокойной — 0,05—0,15 %, в кипящей имеются лишь следы кремния. Кипящая сталь имеет меньшую стойкость. У нее заметно снижается ударная вязкость при пониженных температурах, что важно для сварных конструкций, она имеет также большую склонность к старению, чем спокойная. Несущие элементы кранов следует изготавливать из спокойной или полуспокойной стали, а для вспомогательных элементов (перилы, обшивка, кожухи и т. п.) — использовать кипящую сталь. Сталь марки Ст2, имеющая высокие пластические свойства, находит применение для нерасчетных элементов конструкций (настилы и т. п.). Наряду со сталью марки Ст3, применяется сталь марки М16С по ГОСТ 6713—75, содержащая меньше вредных примесей (фосфора $\leq 0,045$ %, серы $\leq 0,05$ %). Для конструкций из трубчатых элементов применяются стали марок 10 и 20 по ГОСТ 8731—74*.

На работу сталей оказывает существенное влияние ряд различных факторов: характер распределения напряжений в металле (одно-, двух- или трехосное напряженно-деформированное состояние), повторность и закономерность нагрузки, температура, технология изготовления деталей, время и т. д. В процессе изготовления конструкции образуется наклеп (при холодной гибке элементов, пробивке отверстий), возникают остаточные напряжения при сварке, сборке, прокатке, штамповке. С течением времени проявляется старение металла (физико-механический процесс изменения структуры). При недостаточной защите стальных конструкций они подвергаются воздействию коррозии. Развитие коррозии в виде раковин может представлять опасность для несущей способности элемента.

Низколегированные стали по ГОСТ 19281—73, ГОСТ 19282—73 в виде листового, широкополосного, фасонного проката в металлических конструкциях ПТМ находят применение для несущих элементов. Типовыми марками являются 09Г2, 09Г2С, 15ХСНД, 17Г1С, 10ХСНД, 14Г2АФ. Из сталей повышенной прочности для кранов применяются стали марок 16Г2АФ, 18Г2АФпс и др. Постановка низколегированных сталей осуществляется одновременно по механическим свойствам и химическому составу. Отдельные

марки сталей поставляются горячекатаными или термически обработанными. В сравнении со сталью типа Ст3 низколегированные стали имеют большее значение предела текучести, менее склонны к хрупкому разрушению при пониженных температурах, обладают повышенной стойкостью против атмосферной коррозии. Их целесообразно применять в тех случаях, когда размеры сечений элементов конструкции определяются из прочностных соображений. Вместе с тем низколегированные стали в сравнении со сталями обычной прочности имеют большую стоимость, более чувствительны к концентрации напряжений при действии переменных нагрузок. Последнее обстоятельство требует при проектировании и изготовлении изделий дополнительных конструктивно-технологических мероприятий, направленных на уменьшение коэффициентов концентрации напряжений.

§ 11.2. Алюминиевые сплавы

Применение алюминиевых сплавов в краностроении следует считать перспективным в первую очередь с точки зрения создания конструкций облегченного типа. Деформируемые алюминиевые сплавы обрабатываются давлением (прессованием, вытяжкой, штамповкой и т. п.), что позволяет получить элементы, применяемые для конструкций. Алюминиевые сплавы с целью упрочнения легируют марганцем, медью, магнием, кремнием, цинком, титаном и др., а также производят холодную деформацию заготовок — нагартовку или термическую обработку (закалка, старение). Маркировка сплавов строится с указанием легирующих элементов: АМц — алюминивно-марганцевый сплав; Д16 — дюралюмин (цифра обозначает номер сплава; основу этих сплавов составляют алюминий, магний, медь); АМг6 — алюминивно-магниевый сплав (цифра 6 показывает содержание магния, равное 6 %); АВ (авиаль), АД — сплавы алюминия с магнием и кремнием; В65, В92 — высокопрочные сплавы. В соответствии с международным стандартом деформируемые сплавы обозначаются АД31, АД33 (цифры соответствуют номеру сплава) или по химическому составу — 1915 и т. п.

Состояние поставки алюминиевых сплавов отражается в обозначениях: М — отожженный (мягкий); П — полунагартованный; Н — нагартованный; Т — закаленный и естественно состаренный; Т1 — закаленный и искусственно состаренный. Состояние поставки отражается добавлением символа к условному обозначению марки сплава (АМг6-М, АД31Т и т. п.). Термически упрочняются все сплавы, за исключением марок АМг и АМц (ГОСТ 21631—76, ГОСТ 8617—81).

Положительными свойствами алюминиевых сплавов являются: малая плотность ($\rho = 2,7 \text{ кг/дм}^3$, что в три раза меньше, чем у стали); сравнительно высокая прочность; высокая коррозионная стойкость, исключая покраску конструкций; отсутствие склонности к хрупким разрушениям, что существенно при работе

конструкций в условиях низких температур; хорошие пластичность и обрабатываемость. Так, сплав АМг61-М имеет $\sigma_B \geq 380$ МПа, $\sigma_{0,2} \geq 180$ МПа и $\delta \geq 12$ %. На диаграммах растя-

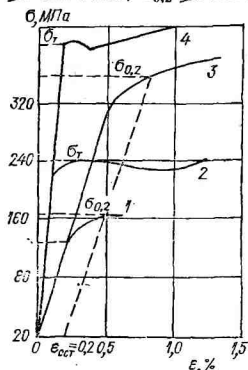


Рис. 11.1. Диаграммы растяжения алюминевых сплавов и сталей:
1 — сплав АМг6; 2 — сталь Ст3;
3 — сплав Д16Т; 4 — сталь 15ХСНД

жения алюминевых сплавов отсутствует площадка текучести. Поэтому вместо физического предела текучести σ_T принимается условный предел текучести $\sigma_{0,2}$ — напряжение при остаточном относительном удлинении $\epsilon_{ост} = 0,2$ % (рис. 11.1). Алюминиево-марганцевые и алюминевые-магнелиевые сплавы хорошо свариваются (аргонодуговым методом). Дюралюмины свариваются хуже, стойкость против коррозии у них ниже, чем у сплавов типа АМг и АМц, прочность высока. Их целесообразно применять в клепаных несущих конструкциях.

Общими недостатками алюминевых сплавов являются следующие: высокая стоимость; сравнительно низкий модуль упругости ($E = 7 \cdot 10^4$ МПа); плохая сопротивляемость усталости; возможность возникновения местной коррозии при контакте со сталью; достаточно

высокий коэффициент линейного расширения, приводящий к увеличению деформации конструкций при изготовлении и эксплуатации.

§ 11.3. Сортамента. Гнутые профили

Конструктивные формы элементов ПТМ создаются из прокатных изделий, изготовляемых на металлургических заводах. Каталоги прокатных листов и профилей, содержащие их геометрические параметры и характеристики формы и массы, называются сортаментами, которые представляются в виде государственных стандартов (ГОСТов).

Для стальных металлических конструкций ПТМ применяют листовую и профильную прокатную сталь. Профильная сталь разделяется на сортовую (полоса, квадрат, уголки) и фасонную (двутавры, швеллеры и др.). Листовая сталь употребляется преимущественно в виде толстолистовой ($\delta \geq 4$ мм) по ГОСТ 82—70. Применение широкополосной и полосной стали требуемой ширины позволяет уменьшить трудоемкость обработки металла при изготовлении конструкций.

Угловой профиль (равнополочный — ГОСТ 8509—72*, неравнополочный — ГОСТ 8510—72*) широко используется в качестве элементов, работающих на осевые усилия. Швеллеры (ГОСТ 8240—72*) и двутавры (ГОСТ 8239—72) находят применение в качестве элементов, воспринимающих преимуще-

ственно изгибные нагрузки. Для более полного удовлетворения требований краностроения возможно использование облегченных профилей: тонкостенных двутавров, тавров с длинной или короткой стенкой, производство которых уже освоено. Из перечисленных профилей формируются также составные сечения различных несущих элементов и узлов.

Трубы из стали (ГОСТ 8732—78*) применяются для элементов, работающих на осевые усилия. Использование трубчатых сжатых стержней дает ряд преимуществ в сравнении с профилями, имеющими плоские поверхности (уголки, швеллеры и т. п.).

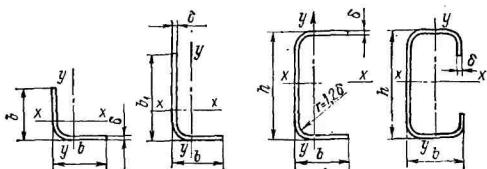


Рис. 11.2. Гнутые тонкостенные профили

Помимо указанных основных видов профильной стали применяют также крановые (ГОСТ 4121—76*) и железнодорожные рельсы (ГОСТ 7173—54*).

В последнее время все большее распространение получают профили, изготавливаемые из листовой и полосовой стали путем гибки на специальных гибочных прессах или холодной прокаткой (рис. 11.2). Особенностью этих профилей является наличие такой тонкой стенки, которая не может быть получена в прокатных профилях.

Для металлических конструкций ПТМ широко применяются составные профили (см. § 14.1), которые формируются с помощью сварки из отдельных полос, листов и фасонных элементов. Алюминиевые сплавы используются в виде листа или специальных профилей, которые получают прессованием и могут иметь различную форму.

§ 11.4. Особенности работы металлов в условиях низких температур

Эксплуатация крановых металлических конструкций при низких температурах (ниже -30°C) дает значительное количество примеров хрупких разрушений. Большинство их происходит зимой в начальной стадии эксплуатации конструкции, часто при ненагруженном состоянии, т. е. при низких напряжениях. Основными факторами, обуславливающими хрупкие разрушения, являются те, которые препятствуют пластическим деформациям: низкие температуры эксплуатации, высокие скорости нагружения, недостаточная хладостойкость стали, высокие локальные напря-

жения, иницирует пластичность материала. Концентрация напряжений может быть конструктивной и технологической (дефекты сварки). Местное истощение пластичности наблюдается вследствие объемности напряженного состояния (большая толщина сечений, пересечения швов, расположенных пространственно, изменение свойств металла из-за наклепа, старения и т. п.). Существенную роль играют остаточные напряжения, возникшие в результате сборки и сварки. Хрупкие разрушения имеют место при неблагоприятном сочетании отмеченных конструктивных, технологических и эксплуатационных факторов.

Сопротивление отрыву $\sigma_{отр}$ пластичных металлов мало зависит от температуры, в то время как предел текучести σ_T заметно возрастает при понижении температуры или при увеличении скорости нагружения. При обычной комнатной температуре при растяжении $\sigma_T \leq \sigma_{отр}$, а с понижением температуры $\sigma_T = \sigma_{отр}$, что соответствует критической температуре хрупкости t_k или порогу хладноломкости. При работе стальных конструкций ниже этой температуры вероятность хрупких разрушений возрастает. Оценка сопротивляемости сварных стальных конструкций хрупкому разрушению производится по трем основным критериям: качественная оценка стали, оценка служебных свойств, оценка хрупкой прочности конструкций в целом в эксплуатационных условиях.

Для кранов северного исполнения существуют технические требования по ГОСТ 14892—69*.

Глава 12

ОБЩИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТОВ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

Металлические конструкции рассчитываются на прочность и устойчивость при постоянных напряжениях, а в ряде случаев — и на прочность при переменных напряжениях, и на жесткость (см. §§ 12.5 и 12.6).

§ 12.1. Особенности работы металлических конструкций при переменных напряжениях

Особенностью работы металлических конструкций подъемно-транспортных машин являются испытываемые ими переменные напряжения, которые для многих типов машин приводят к необходимости учитывать явления усталости при их расчете и проектировании.

При разрушении металлических конструкций для решения вопроса о том, является ли данное разрушение усталостным, лучше всего исходить из характера излома элементов конструкций, являющегося надежным средством установления причин раз-

рушения. Можно различать три вида излома: вязкий, хрупкий и усталостный. Установление вида излома важно, так как разные изломы вызываются разными причинами.

Вязкий излом характерен остаточными деформациями, поскольку напряжения при разрушении значительно превышают предел текучести по всему сечению. По отношению к поверхности элемента излом часто бывает косым. Поверхность излома — волокнистая. При наложении разрушенных частей плоскости излома не складываются без зазора. Зона начала излома неизвестна. Происходит такой излом при недопустимых перегрузках в различных аварийных случаях.

Хрупкий излом характерен гладкой поверхностью с равномерным крупно- или мелкозернистым строением. В области разрушения пластические деформации отсутствуют. Излом перпендикулярен к поверхности элемента. При наложении разрушенных частей плоскости излома плотно складываются. Хрупкий излом происходит при склонности данного элемента к хрупкому разрушению в результате низкой температуры, концентрации напряжений, многоосного напряженного состояния и т. п. Одна и та же сталь может разрушаться и вязко, и хрупко. Хрупкое разрушение всегда внезапно и может происходить при напряжениях ниже расчетных.

Усталостный излом отличается от хрупкого развитием усталостных зон от местных концентраторов. На поверхности излома имеется резкая граница между усталостным и вязким (статическим) изломами. Поверхность излома часто бывает поражена коррозией в результате длительного развития усталостной трещины. Характерным для усталостных разрушений является также то, что все они происходят в сечениях с большими местными напряжениями и при этом часто не в сечениях с максимальными общими напряжениями, т. е. усталостные трещины возникают в зонах конструктивной и технологической (сварные швы) концентраций напряжений. Усталостные разрушения чаще всего имеют место в решетчатых конструкциях и реже — в листовых. У кранов разрушениям подвержены элементы, испытывающие растягивающие напряжения, у мест стыков и узлов. Разрушения в элементах только сжатых, даже тяжело нагруженных, почти отсутствуют. Усталостные разрушения бывают у кранов весьма тяжелого и тяжелого, а также среднего режимов работы, включенных в технологический поток (узкая номенклатура поднимаемых грузов, фиксированные места подъемов и опусканий).

Продолжительность эксплуатации кранов до момента обнаружения усталостных разрушений колеблется от десятков лет до нескольких месяцев, т. е. наблюдаются разрушения как в результате длительной, так и очень кратковременной эксплуатации. Следует отметить, что преждевременные усталостные разрушения получаются главным образом из-за наличия в конструкции больших концентраторов напряжений в результате дефектов изготовления или из-за перегрузки конструкции повышенными динами-

ческими воздействиями внешних сил, а в некоторых случаях из-за неправильной эксплуатации и от систематического превышения грузоподъемности кранов. Статистика эксплуатационных разрушений сварных конструкций, работающих в условиях переменных напряжений, показывает, что до 90 % разрушений происходит от усталости.

Характер цикла переменных напряжений определяется коэффициентом асимметрии цикла

$$R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}, \quad (12.1)$$

средним напряжением $\sigma_m = 0,5(\sigma_{\max} + \sigma_{\min})$ и амплитудой напряжений цикла $\sigma_a = 0,5(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})$, где $\sigma_{\min}$ и $\sigma_{\max}$ — наименьшее и наибольшее алгебраические значения переменных напряжений, непрерывно изменяющихся в пределах каждого

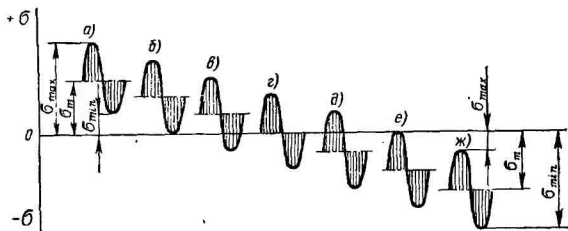


Рис. 12.1. Виды циклов переменных напряжений

цикла. Циклы с одинаковыми коэффициентами асимметрии называются подобными. Переменные напряжения, при которых имеют место постоянные значения σ_m и σ_a , называются установившимися стационарными, а если значения σ_m и σ_a меняются — нестационарными.

На рис. 12.1 изображены различные виды циклов переменных напряжений:

знакопостоянный цикл с напряжениями растяжения, $0 < R < 1$, $\sigma_{\min} > 0$; характерен для растянутых поясов вертикальных балок и ферм и для растянутых раскосов этих ферм (рис. 12.1, а);

то же, но $\sigma_{\min} = 0$, т. е. $R = 0$, так называемый нулевой цикл σ_0 ; характерен для тех растянутых элементов, у которых напряжения от постоянной нагрузки пренебрежимо малы по сравнению с напряжениями от временной нагрузки (рис. 12.1, б);

знакопеременный цикл со средним напряжением растяжения, $0 > R > -1$, $\sigma_m > 0$; характерен для раскосов вертикальных ферм, испытывающих циклическое растяжение-сжатие (рис. 12.1, в);

то же, но $|\sigma_{\min}| = \sigma_{\max}$, $R = -1$, $\sigma_m = 0$, так называемый симметричный цикл σ_{-1} ; характерен для элементов ферм и балок,

испытывающих нагрузку как в одном, так и в другом направлении, а также для тех раскосов вертикальных ферм, напряжения в которых от постоянной нагрузки пренебрежимо малы по сравнению со знакопеременными напряжениями от временной нагрузки (рис. 12.1, *з*);

знакопеременный цикл со средними напряжениями сжатия, $R \leq -1$, $\sigma_m < 0$; характерен для раскосов вертикальных ферм, испытывающих циклическое растяжение — сжатие (рис. 12.1, *д*);

то же, но $\sigma_{\max} = 0$, $R = -\infty$, $\sigma_m < 0$, так называемый отнулевой цикл сжатия; характерен для тех сжатых элементов, у которых напряжения от постоянной нагрузки пренебрежимо малы по сравнению с напряжениями от временной нагрузки (рис. 12.1, *е*);

знакопостоянный цикл со средним напряжением сжатия, $R > 1$, $\sigma_{\max} < 0$; характерен для сжатых поясов вертикальных балок и ферм и для сжатых раскосов этих ферм (рис. 12.1, *ж*).

§ 12.2. Влияние концентраторов напряжений и асимметрии цикла нагружения на сопротивление усталости

Важнейшим параметром, по которому оценивается сопротивление усталости, является эффективный коэффициент концентрации напряжений

$$K_\sigma = \sigma_{-1} / \sigma_{-1K}, \quad (12.2)$$

где σ_{-1} — предел выносливости при симметричном цикле гладкого образца, за который в металлических конструкциях принимается образец с сохраненной поверхностью проката без дополнительной концентрации напряжений; σ_{-1K} — то же для образца с концентрацией напряжений. В дальнейшем индекс σ у K опускаем.

Эффективный коэффициент концентрации меньше теоретического, так как в зоне концентратора имеются пластические деформации и некоторое перераспределение напряжений. Так как у образцов сохраняется прокатная поверхность, в расчетах металлических конструкций не требуется подобно расчетам деталей машин учитывать отдельно качество поверхности. Значения K определяются экспериментально и для типовых элементов крановых металлических конструкций приведены в справочной литературе [13].

Для определения пределов выносливости по результатам испытаний партии одинаковых, насколько это достижимо, образцов строят кривые усталости. Каждый образец доводят до разрушения при циклической нагрузке с заданным коэффициентом асимметрии цикла R для всей партии. В результате статистической обработки полученных данных для отдельных точек усталостной кривой устанавливают число нагружений N_i , при котором разрушился образец с амплитудой напряжений σ_{a_i} , т. е. его усталостную долговечность. Для элементов металлических конструкций кривые усталости наиболее близки к прямым в логарифмических

координатах. Уравнение кривой усталости можно представить в виде $\sigma^m N = \text{const}$, откуда $\sigma_1^m N_1 = \sigma_2^m N_2$; $(\sigma_1/\sigma_2)^m = N_2/N_1$;

$$m = (\lg N_2 - \lg N_1)/(\lg \sigma_1 - \lg \sigma_2) = \text{ctg } \alpha. \quad (12.3)$$

Пределу выносливости, являющемуся наибольшим напряжением, которое данный образец (элемент конструкции) выдерживает в течение сколь угодно большого числа циклов, можно дать определение как напряжению, соответствующему горизонтальному участку на кривой усталости (рис. 12.2, линия OB). Экспериментально установлено, что при значениях $K < 2$ предел выносливости достигается при числе циклов переменных напряжений $N_6 = 2 \cdot 10^6$, при $K \geq 2$ предел выносливости достигается при $N_6 = 5 \cdot 10^6$, причем закон изменения кривой усталости на участке

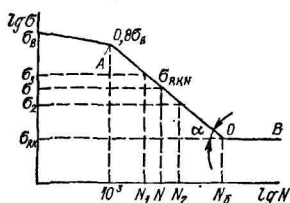


Рис. 12.2. Кривая усталости в логарифмических координатах

от $2 \cdot 10^6$ до $5 \cdot 10^6$ сохраняется прежним, а испытания на базе $N_6 = 10 \cdot 10^6$ никаких уточнений в значения пределов выносливости не вносят. Если при напряжениях $\sigma > \sigma_{RKN}$ элемент выдерживает число циклов $N < N_6$, то значение σ_{RKN} (рис. 12.2) называется пределом ограниченной выносливости при числе циклов N . Кривые усталости для основного металла и для образцов с различными концентраторами из углеродистых и низколегированных сталей, хорошо изученные в диапазоне чисел циклов N от 10^5 до $2 \cdot 10^6$, сохраняют свою закономерность и на некотором участке при $N < 10^5$, приблизительно до 10^3 циклов при $\sigma \approx 0,8\sigma_B$. Для значений $N < 10^3$ — области квазистатических разрушений, сопровождающихся образованием шейки, кривая усталости становится более полой и приходит в точку, соответствующую разрыву при статическом нагружении.

Так как пределы выносливости определяются экспериментально, то естественно, что путем испытаний установить их при всех значениях R и K невозможно. Эксперименты показывают, что если результаты испытаний по определению пределов выносливости изобразить в виде диаграммы, на которой по оси ординат откладывать значения $\sigma_{\max}$ и $-\sigma_{\min}$, а по оси абсцисс — значения среднего напряжения σ_m (рис. 12.3), то такая диаграмма может быть образована из прямых линий. Таким образом, для построения диаграммы нужны лишь две экспериментальные точки, по данным усталостных испытаний. Одной из них обычно бывает точка, соответствующая симметричному циклу $A - A'$, а другой — какая-либо точка, например соответствующая отнулевому циклу $B - B'$. Наибольшее расчетное значение предела выносливости не должно превышать предельных значений статической прочности (для металлических конструкций предела теку-

части σ_r), и поэтому верхняя и нижняя части диаграммы ограничиваются значениями σ_r . Таким образом, если напряженное состояние элемента характеризуется значениями $\sigma_{\max}$ и σ_m , лежащими на контурной линии диаграммы (рис. 12.3), то оно соответствует пределу выносливости, если внутри контурной линии диаграммы, то имеется запас по отношению к пределу выносливости, а если вне контурной линии, то это соответствует пределу ограниченной выносливости при числе циклов, меньшем N_6 (см. рис. 12.2). Так как

$$\operatorname{tg} \beta = \sigma_{RK} / \sigma_m = \sigma_{\max} / \sigma_m = 2\sigma_{\max} / (\sigma_{\max} + \sigma_{\min}) = 2 / (1 + R),$$

то каждому лучу, проведенному из начала координат, соответствует определенное значение R . Так, для оси ординат при $R = -1$ $\operatorname{tg} \beta = \infty$, для отнулевого цикла при $R = 0$ $\operatorname{tg} \beta = 2$, а угол β , при

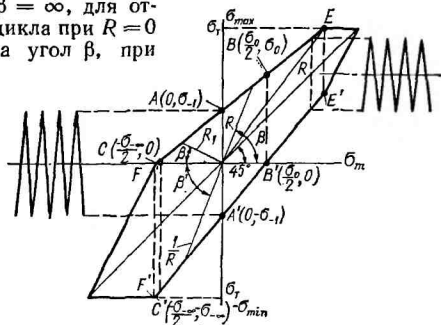


Рис. 12.3. Схематизированная диаграмма предельных напряжений в координатах $\sigma_{\max}$, σ_m для основного металла ($K = 1$)

котором луч проходит через точку E (рис. 12.3), определяет предельное значение R для расчетов на выносливость.

Определим аналитическое выражение предела выносливости σ_{RK} для заданных значений R и K . Из экспериментальных данных можно считать, что $K \approx \sigma_a / \sigma_{aK}$ не зависит от величины среднего напряжения σ_m , т. е. эффект концентрации напряжений относится лишь к амплитуде цикла. Тогда для точки M на рис. 12.4, являющемся частью диаграммы, подобной диаграмме на рис. 12.3:

$$\sigma_{\max} = \sigma_{RK} = \sigma_{aK} + \sigma_m = \sigma_a / K + \sigma_m; \quad (12.4)$$

$$\sigma_a + \sigma_m = \sigma_{-1} + \sigma_m \operatorname{tg} \gamma = \sigma_{-1} + (\sigma_0 - \sigma_{-1}) \sigma_m / (0,5\sigma_0);$$

$$\sigma_a = \sigma_{-1} - \sigma_m (1 - \operatorname{tg} \gamma) = \sigma_{-1} - \psi_\sigma \sigma_m, \quad (12.5)$$

где

$$\psi_\sigma = (2\sigma_{-1} - \sigma_0) / \sigma_0. \quad (12.6)$$

Коэффициент ψ характеризует наклон линии предельных напряжений и называется коэффициентом чувствительности металла к асимметрии цикла напряжений. В дальнейшем индекс σ у ψ опускаем. Так как

$$\sigma_m = 0,5 (\sigma_{\max} + \sigma_{\min}) = 0,5 (1 + R) \sigma_{\max} = 0,5 (1 + R) \sigma_{RK}, \quad (12.7)$$

то, подставляя в уравнение (12.4) значения σ_a и σ_m [см. формулы (12.5) и (12.7)], получим

$$\sigma_{RK} = \frac{2\sigma_{-1}}{(1-R)K + (1+R)\psi} \leq \sigma_T. \quad (12.8)$$

Для $\sigma_{\max} > 0$ это уравнение справедливо как в области $\sigma_m > 0$, так и в области $\sigma_m < 0$, т. е. для циклов, приведенных на рис. 12.1, б, и соответствует σ_{RK} при $N_6 = 2 \cdot 10^6$, так как при этом числе циклов определяется σ_{-1} . Для $\sigma_m < 0$, поскольку $|\sigma_{\min}| > \sigma_{\max}$ и $\sigma_{RK} = \sigma_{\min}$, для цикла с коэффициентом асимметрии R (см. рис. 12.3)

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta &= \sigma_{RK}/\sigma_m = \sigma_{\min}/\sigma_m = R\sigma_{\max}/\sigma_m = \\ &= 2R/(1+R), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_{RK} &= \sigma_{\min} = R\sigma_{\max} = \\ &= \frac{2\sigma_{-1}}{(1/R - 1)K + (1/R + 1)\psi} = \\ &= \frac{2\sigma_{-1}R}{(1-R)K + (1+R)\psi} \leq -\sigma_T. \quad (12.9) \end{aligned}$$

Рис. 12.4. Схема к определению предела выносливости σ_{RK}

Это значит, что лучу, проведенному из начала координат к линии предельных циклов (проходящему через точки A и B) и имеющему в области $\sigma_m > 0$ коэффициент асимметрии R , в области $\sigma_m < 0$ соответствует цикл со значением $1/R$ (см. рис. 12.3). Таким образом, пределы выносливости для $\sigma_m > 0$ обозначаются на линии AE , а для $\sigma_m < 0$ — на линии $A'F'$. В области $\sigma_m < 0$ рассматриваемая схематизированная диаграмма не является симметричной по отношению к области $\sigma_m > 0$. Размах колебаний напряжений $\sigma_{\max} - |\sigma_{\min}|$ по мере уменьшения σ_m непрерывно растет. Например, предел выносливости при отнулевом цикле растяжения ($R = 0$) из уравнения (12.8) $\sigma_{RK} = 2\sigma_{-1}/(K + \psi)$, а при отнулевом цикле сжатия из уравнения (12.9) при $R = -\infty$ $\sigma_{RK} = -2\sigma_{-1}/(K - \psi)$, т. е. больше, чем при $R = 0$, по абсолютному значению в 1,5—1,1 раза в зависимости от значений K . По данным пульсаторных испытаний, для образцов с сохраненной поверхностью проката из углеродистых и некоторых низколегированных сталей $\sigma_{-1} \approx 0,35\sigma_B$ и $\psi = 0,2$. Так как кривая усталости на участке от $2 \cdot 10^6$ до $5 \cdot 10^6$ сохраняет свою закономерность, значение σ_{RK} , полученное при $N_6 = 2 \cdot 10^6$, умножается

на $\sqrt[m]{0,4}$ для получения значения σ_{RK} при $N_6 = 5 \cdot 10^6$ циклов.

Из анализа результатов испытаний есть основание считать, что существует связь между наклоном усталостной кривой и значением эффективного коэффициента концентрации. В первом приближении для металлических конструкций как из углеродистых, так и из низколегированных сталей, для которых $\sigma_{-1} \approx 0,35\sigma_B$, для ориентировочной оценки можно принимать

$$mK \approx \text{const} \approx 12. \quad (12.10)$$

—Если расчет ведется на ограниченный срок службы, то из уравнения усталостной кривой $\sigma^m N = \text{const}$ предел ограниченной выносливости

$$\sigma_{RKN} = \sigma_{RK} \sqrt[m]{N_6/N} = \alpha \sigma_{RK}. \quad (12.11)$$

Эффективный коэффициент концентрации напряжений K в зависимости от конструкции соединения принимается по справочным данным [13]. Для листовых сварных и клепаных конструкций $K < 2,0 \div 2,5$, для сварных решетчатых конструкций $K = 2 \div 4$. Конструкции соединений, дающие значения $K > 4$, следует признать недопустимыми. Во всех случаях для конструкций из низколегированных сталей, обладающих большими значениями σ_B и меньшими значениями относительного удлинения, значения K в 1,1—1,4 раза больше, чем для конструкций из углеродистых сталей, что снижает эффективность применения низколегированных сталей в конструкциях, рассчитываемых на сопротивление усталости. При этом в ряде случаев целесообразно, применяя низколегированные стали, с помощью конструктивных и технологических мероприятий добиваться снижения значений K .

Экспериментальный способ определения пределов выносливости элементов металлических конструкций путем усталостных испытаний сварных образцов, естественно, не может установить усталостные характеристики для всего многообразия встречающихся в практике случаев конструктивного исполнения соединений и узлов. Поэтому есть предложения по теоретическому определению пределов выносливости сварных соединений. Эти предложения базируются на дифференцированном и количественном учете таких факторов, как концентрация напряжений, механические свойства металла расчетной зоны (измененные первоначальные механические свойства в результате термического и механического воздействия), остаточные напряжения, геометрические размеры соединений, начальные нерасчетные несовершенства конструкций (местный изгиб) и вид напряженного состояния.

Расчетное определение пределов выносливости позволяет на стадии проектирования оценивать влияние основных конструктивных и технологических факторов на сопротивление усталости.

§ 12.3. Влияние на сопротивление усталости остаточных и перегрузочных напряжений

Поскольку сопротивление усталости устанавливается путем испытания образцов, возникает вопрос о том, как результаты этих испытаний можно применять к действительным конструкциям. Для получения значений пределов выносливости, которые могут быть рекомендованы для расчета конструкций, необходимо иметь то же качество изготовления образцов, что и конструкций. Образцы сварных соединений должны имитировать не только форму соединения, но и иметь такие размеры, при которых остаточные напряжения (вызванные усадкой при охлаждении сварных швов в условиях ограниченной возможности деформации из-за того, что смежные части конструкции имеют меньшую температуру) в образцах имели бы те же значения, что и в конструкциях, т. е. могли бы достигать предельных значений, примерно равных σ_T . Поэтому, если испытываемые образцы имеют достаточные размеры, прокатную поверхность и сварные швы выполнены так же, как и в конструкциях, масштабный эффект, как правило, можно не учитывать, а влияние остаточных сварочных напряжений на сопротивление усталости оказывается учтенным автоматически.

Нестационарный режим нагружения с изменяющимися значениями амплитуд напряжений и коэффициентов асимметрии цикла характерен для металлических конструкций подъемно-транспортных машин. Пока для элементов металлических конструкций не имеется экспериментальных данных о значениях сопротивления усталости при нестационарном нагружении, соответствующих нестационарному нагружению рассчитываемого элемента. Поэтому для расчетов используют значения сопротивления усталости, экспериментально определенные в условиях стационарного нагружения с учетом влияния на их пределы выносливости перегрузочных напряжений нестационарного режима нагружения.

Закон суммирования усталостных повреждений от действия перегрузочных напряжений при постоянном коэффициенте асимметрии цикла в случае ступенчатого изменения амплитуд напряжений обычно выражается линейной зависимостью

$$\sum_1^{i_0} n_i/N_i = a, \quad (12.12)$$

где i — число ступеней изменения амплитуды напряжений σ_i ; a — величина, характеризующая свойства металла в связи с режимом изменения напряжений. Ступени нагрузки с амплитудой напряжений ниже предела выносливости не добавляют доли в сумме повреждений. Принятие суммы относительных долговечностей $a = 1$, по данным усталостных испытаний, вносит в расчет погрешность, допустимую для инженерных расчетов, и в большинстве случаев дает запас по сопротивлению усталости.

Таким образом, для сварных металлических конструкций [1]

$$\sum_{i=1}^{i_0} n_i/N_i = 1. \quad (12.13)$$

Влияние перегрузочных напряжений на предел выносливости рассмотрим на примере двухступенчатого нагружения, которое соответствует делению сочетаний нагрузок на первый и второй основные случаи (см. § 12.5), и выясним влияние на предел выносливости σ_{RK} перегрузочных напряжений, т. е. напряжений, больших σ_{RK} . Применительно к двухступенчатому нагружению при перегрузочных напряжениях

первоначальных σ_n и конечных σ_k по условию (12.13) будем иметь $n_n/N_n + n_k/N_k = 1$. Преобразуя формулу и логарифмируя, получим $\lg N_k - \lg n_k = \lg N_n - \lg n_n$. Отсюда видно (рис. 12.5), что, если все образцы данной серии (1) предварительно получили при перегрузочном напряжении σ_n по n_n циклов, вторичная (2) усталостная кривая, построенная в логарифмических координатах по результатам последующих усталостных испытаний на второй ступени, будет параллельна первичной усталостной кривой, полученной при стационарном режиме нагружения. Уравнения первичной и вторичной усталостных кривых могут быть записаны в виде: $\sigma_n^m N_n = \sigma_{RK}^m N_6$; $\sigma_n^m (N_n - n_n) = \sigma_{RK}^m N_6$, откуда

$$\sigma_{RK}^* = \sigma_{RK} \sqrt[m]{1 - n_n/N_n}. \quad (12.14)$$

Из уравнения первичной усталостной кривой $N_n = \sigma_{RK}^m N_6 / \sigma_n^m$. Подставляя значение N_n в значение σ_{RK}^* (12.14), получим предел сниженной выносливости в результате циклической перегрузки напряжениями σ_n в количестве n_n циклов равным

$$\sigma_{RK}^* = \sigma_{RK} \sqrt[m]{1 - (\sigma_n/\sigma_{RK})^m n_n/N_6} = \sigma_{RK} \sqrt[m]{1 - A^m B} = \varphi_c \sigma_{RK}, \quad (12.15)$$

где $A = \sigma_n/\sigma_{RK}$ — относительное значение перегрузки; $B = n_n/N_6$ — относительная длительность перегрузки; φ_c — коэффициент снижения предела выносливости. Если перегрузка на напряжениями σ_i в количестве n_i циклов многоступенчатая, то

$$\sigma_{RK}^* = \sigma_{RK} \sqrt[m]{1 - \sum_{i=1}^{i_0} (\sigma_i/\sigma_{RK})^m n_i/N_6} = \sigma_{RK} \sqrt[m]{1 - \sum_{i=1}^{i_0} A_i^m B_i}. \quad (12.16)$$

Очевидно, что, если $A^m B \geq 1$ [см. формулу (12.15)] или $\sum_{i=1}^{i_0} A_i^m B_i \geq 1$ [см. формулу (12.16)], имеет место разрушение.

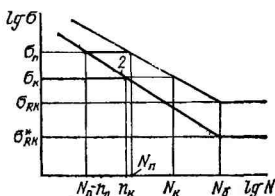


Рис. 12.5. Кривые усталости:

1 — образцы в исходном состоянии;
2 — образцы после перегрузки на напряжениями σ_n в количестве n_n циклов

§ 12.4. Основные положения расчета металлических конструкций при переменных напряжениях

Расчет элемента металлической конструкции может быть выполнен наиболее точно, если для него за весь срок службы крана экспериментально установлены законы изменения действующих эксплуатационных напряжений (нагрузок) $\sigma_{\max}$ и $\sigma_{\min}$ и корреляционные связи между ними. Однако такими данными в достаточном количестве краностроение пока не располагает и получение таких данных для отдельных групп кранов сопряжено с большими затратами труда и времени. Поэтому впредь до накопления необходимых статистических данных о фактической суммарной нагруженности рассчитываемых элементов конструк-

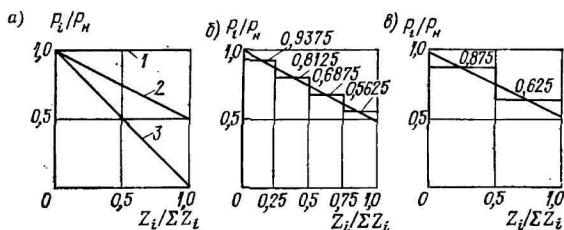


Рис. 12.6. Типовые графики нагрузки

ций следует пользоваться расчетными сочетаниями нагрузок, устанавливаемыми на основании опыта эксплуатации отдельных групп кранов. При этом изучается изменчивость отдельных составляющих общей нагруженности с учетом частоты их повторения, что значительно менее трудоемко по сравнению с изучением действительной суммарной нагруженности рассчитываемых элементов. Отдельные составляющие общей нагруженности представляются в виде или кривых распределения, или экспериментальных кривых, или гистограмм, а при отсутствии таких данных могут приниматься по типовым графикам нагрузки (рис. 12.6, а), которые составлены в зависимости от режима работы крана: 1 — весьма тяжелый; 2 — тяжелый и 3 — средний. Для кранов легкого режима работы влияние переменности напряжений не учитывается. Здесь P_i/P_n — относительное значение i -го уровня нагрузки в долях от номинальной нагрузки; $Z_i/\sum Z_i$ — относительное число повторений нагрузки на i -м уровне в долях от полного числа повторений $\sum Z_i \leq N_b$ данной нагрузки за срок службы крана.

Достоинством способа установления закономерностей внешнего нагружения для отдельных видов нагрузок является то, что такие данные могут быть достаточно точно использованы вне зависимости от конструктивного исполнения кранов данного типа, а также для прогнозирования нагружения кранов этого

типа, но других параметров. В качестве примера можно указать на достаточно широкие возможности использования типовых графиков нагрузки (рис. 12.6, а). К недостаткам этого способа относится необходимость выявления расчетных сочетаний отдельных нагрузок.

Приведение действующих нестационарных напряжений к стационарным производится на основе закона суммирования усталостных повреждений. Под приведенным напряжением $\sigma_{пр}$ подразумевается напряжение с такой амплитудой стационарного режима, действие которого по эффекту накопления повреждения эквивалентно данному нестационарному режиму. Введение в расчет приведенных напряжений способствует уменьшению металлоемкости конструкций, поскольку $\sigma_{пр} < \sigma_{\max}$. Условие суммирования повреждаемости (12.13) дает разрушение, а для условий прочности оно имеет вид $\sum_1^{i_0} n_i/N_i < 1$, или $\sum_1^{i_0} \sigma_i^m n_i / (\sigma_i^m N_i) <$

< 1 . Так как $\sigma_i^m N_i = \sigma_{RK}^m N_6$, то $\sum_1^{i_0} \sigma_i^m n_i < \sigma_{RK}^m N_6$, откуда

$$\sigma_{RK} > \sqrt[m]{1/N_6 \sum_1^{i_0} \sigma_i^m n_i} = \sigma_{RK} \sqrt[m]{\sum_1^{i_0} (\sigma_i/\sigma_{RK})^m n_i/N_6} = \varphi_3 \sigma_{RK} = \sigma_{пр}.$$

Тогда

$$\sigma_{пр} = \sigma_{RK} \sqrt[m]{\sum_1^{i_0} (\sigma_i/\sigma_{RK})^m n_i/N_6} \quad (12.17)$$

и коэффициент режима работы

$$\varphi_3 = \sqrt[m]{\sum_1^{i_0} (\sigma_i/\sigma_{RK})^m n_i/N_6}. \quad (12.18)$$

Запас прочности по выносливости

$$n = \sigma_{RK}/\sigma_{пр}. \quad (12.19)$$

Таким образом, расчет при нестационарном режиме приводится к форме, аналогичной расчету при стационарном режиме напряженного состояния. Приведенное напряжение можно определить также для числа циклов $N = \sum n_i < N_6$. Тогда

$$\sigma_{пр N} = \sigma_{RK} \sqrt[m]{\sum_1^{i_0} (\sigma_i/\sigma_{RK})^m n_i/N} \quad (12.20)$$

и аналогично уравнению (12.11)

$$\sigma_{пр N} = \sigma_{пр} \sqrt[m]{N_6/N} = \alpha \sigma_{пр}. \quad (12.21)$$

Отношения $\sigma_{RK}/\sigma_{пр}$ и $\sigma_{RK N}/\sigma_{пр N}$ характеризуют значения запасов (рис. 12.7). Так как для напряженного состояния при растяжении, сжатии и изгибе напряжения пропорциональны

нагрузкам, то аналогично формуле (12.20) находим эквивалентную нагрузку

$$P_{\text{э}} = P_{\text{н}} \sqrt[m]{\sum_1^{i_{\text{с}}} (P_i/P_{\text{н}})^m Z_i / \sum Z_i} = \varphi_{\text{э}} P_{\text{н}}, \quad (12.22)$$

где $P_{\text{н}}$ — номинальная, т. е. полная для расчета на прочность, нагрузка; $\sum Z_i \leq N_0$ — суммарное количество нагружений за срок службы крана; m — значения, устанавливаемые по справочным данным [см. формулу (12.3)]; $\varphi_{\text{э}}$ — коэффициент режима нагрузки, равный

$$\varphi_{\text{э}} = \sqrt[m]{\sum_1^{i_{\text{с}}} (P_i/P_{\text{н}})^m Z_i / \sum Z_i}. \quad (12.23)$$

Как видно, $\varphi_{\text{э}}$ отражает относительное количество циклов нагружения $Z_i / \sum Z_i$ за срок службы крана и относительную их величину $P_i/P_{\text{н}}$, что связано с режимом работы.

Если для рассчитываемого крана отсутствуют данные о закономерности его внешнего нагружения от отдельных видов нагрузок, следует использовать типовые графики нагрузок, которые, например, при четырехступенчатой гистограмме (см. рис. 12.6, б) и при $m = 4$, для тяжелого режима работы дают значение

$$\varphi_{\text{э}} = \sqrt[4]{(0,9375^4 + 0,8125^4 + 0,6875^4 + 0,5625^4) 0,25} = 0,82,$$

то же при двухступенчатой гистограмме (см. рис. 12.6, в)

$$\varphi_{\text{э}} = \sqrt[4]{(0,875^4 + 0,625^4) 0,5} = 0,77.$$

Практически можно принимать для весьма тяжелого режима нагрузки $\varphi_{\text{э}} = 1$, для тяжелого — $\varphi_{\text{э}} = 0,8 \div 0,7$, для среднего — $\varphi_{\text{э}} = 0,7 \div 0,6$ (большие значения при $K < 2$; меньшие — при $K = 4$).

От эквивалентного значения $P_{\text{э}}$ каждой нагрузки в рассчитываемом сечении определяется эквивалентное напряжение $\sigma_{\text{э}i}$. Для того чтобы сделать возможным последующее суммирование по сочетаниям нагрузок, эти напряжения $\sigma_{\text{э}i}$, имеющие свои коэффициенты асимметрии расчетного цикла R_i и эффективный коэффициент концентрации K , приводятся к напряжениям симметричного цикла из условия сохранения одинакового запаса по пределам выносливости по формуле [1]

$$\sigma_{i-1K} = \sigma_{-1K} \sigma_{\text{э}i} / \sigma_{R_i K}. \quad (12.24)$$

При этом коэффициент асимметрии цикла R_i в значении предела выносливости $\sigma_{R_i K}$ не во всех случаях будет совпадать с коэф-

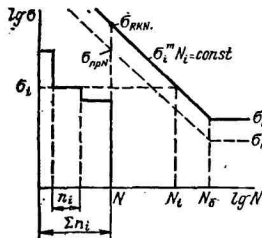


Рис. 12.7. К определению приведенных напряжений

зунков, которые, например, при четырехступенчатой гистограмме (см. рис. 12.6, б) и при $m = 4$, для тяжелого режима работы дают значение

коэффициентом асимметрии расчетного цикла напряжений σ_{z_i} . Исследования показывают, что это зависит от того, как изменяется значение $R_i = \sigma_{\min}/\sigma_{\max}$ при переходе от расчетного цикла к пределу выносливости. При знакопеременных циклах их можно считать подобными ($R = \text{const}$), а при знакопостоянных, когда переход к пределу выносливости осуществляется при $\sigma_{\min} = \text{const}$ и $\sigma_{\max} = n\sigma_{\max}^p$, где $\sigma_{\max}^p$ — расчетное напряжение, а $n = 1,4$ — коэффициент запаса, $R_i = \sigma_{\min}/\sigma_{\max} = \sigma_{\min}/n\sigma_{\max}^p = R_i^p/n$, где R_i^p — коэффициент асимметрии расчетного цикла. Условие $R_i = R_i^p/n$ приближенно справедливо также для $R > 0$ и при $\sigma_{\min} = \text{const}$ [1]. Так вычислены значения σ_{RK} в справочной литературе, где под R понимается коэффициент асимметрии расчетного цикла, и для $R > 0$, например для $R^p = 0,6$, в справочной таблице значение σ_{RK} будет определено для коэффициента асимметрии $0,6/1,4 = 0,428$ [13]. Так, по формуле (12.24) для данного сочетания нагрузок, имеющего число циклов Z_1 за срок службы крана, в рассчитываемом сечении определяется действующее напряжение симметричного цикла для напряжения σ_1 .

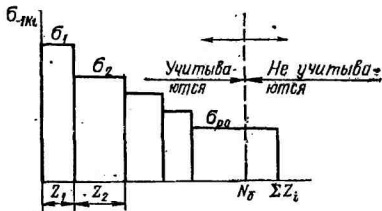


Рис. 12.8. Расчетная гистограмма нестационарного нагружения рассчитываемого элемента за срок службы крана

Если рассчитываемый элемент конструкции нагружается при работе крана и при других сочетаниях нагрузок, например после подъема груза еще при работе механизмов передвижения и поворота, то для этих сочетаний, как описано выше, так же определяются значения σ_2 и Z_2 и т. д. Полученные таким образом за цикл работы крана p ступеней симметричных циклов выстраиваются в расчетную упорядоченную гистограмму нестационарного нагружения. Из дальнейшего рассмотрения исключаются те ступени или части ступеней, которые по оси циклов перемен напряжений простираются за базовое число N_0 , если $\sum Z_i > N_0$ (рис. 12.8). При установлении значений R_i (12.24) $R = 0$ принимают для нагрузок от веса поднимаемого груза; $R = -1$ — для горизонтальных динамических и метеорологических (ветер) нагрузок, а напряжения от собственного веса условно пересчитываются по формуле (12.24), в которой вместо σ_{R_iK} подставляется значение предела текучести σ_t .

Число нагружений является важным фактором при расчетах на сопротивление усталости. При определении числа циклов нагружения Z , испытываемых металлическими конструкциями, сроки службы L в годах можно принимать в зависимости от режима работы крана: средний (С) режим работы — 30 лет; тяже-

лый (Т) — 25 лет; весьма тяжелый (ВТ) и весьма тяжелый непрерывный (ВТН) — 20 лет.

Число подъемов груза, соответствующее количеству циклов нагружений крана и часто принимаемое за число циклов напряжений металлической конструкции за весь период эксплуатации крана, можно представить в следующем виде:

$$Z_{\text{в}} = L t_{\text{к}} n_{\text{ц}}, \quad (12.25)$$

где $t_{\text{к}}$ — число часов работы крана в год; в среднем для режима работы С $t_{\text{к}} = 2500$; Т и ВТ $t_{\text{к}} = 5000$; ВТН $t_{\text{к}} \geq 7000$ ч/год; $n_{\text{ц}}$ — число циклов работы крана в 1 ч (с учетом возможных повторных подъемов одного и того же груза для его точной установки). Количество циклов нагружений в год для грейферных кранов и для кранов, снабженных специальными захватами, которые всегда транспортируют одинаковые грузы, легко определяется исходя из известного количества перерабатываемого ими груза за год. Учет колебаний, возникающих в конструкциях в результате динамического приложения сил, может иметь значение в случаях расчета на ограниченную долговечность.

Для элементов металлической конструкции, воспринимающих нагрузки от горизонтальных сил инерции, число циклов напряжений за весь период эксплуатации крана

$$Z_{\text{г}} = L t_{\text{м}} n_{\text{вк}}, \quad (12.26)$$

где в зависимости от числа часов работы крана в год $t_{\text{к}}$ и продолжительности включения (ПВ) механизма в процентах число часов работы механизма в год $t_{\text{м}} = t_{\text{к}}$ ПВ, а число включений в час $n_{\text{вк}}$ в зависимости от режима работы механизма составляет: С — $60 \div 120$; Т — $120 \div 240$; ВТ — $240 \div 480$; ВТН — больше или равно 480. При этом принимается, что один цикл напряжений состоит из пуска в ход и торможения.

В настоящее время назрела необходимость нормировать срок службы кранов, в течение которого они работали бы без усталостных разрушений. Если принять $n_i = s_i N$, где N — суммарное число нагружений элемента за срок службы, то $\sum n_i / N_i = \sum s_i / N_i < 1$.

Подставляя значение N_i из уравнения усталостной кривой $\sigma_i^m N_i = \sigma_{\text{РК}}^m N_{\text{с}}$, найдем условие отсутствия разрушений

$$N < \sigma_{\text{РК}}^m N_{\text{с}} / \sum (\sigma_i^m s_i). \quad (12.27)$$

Метод эквивалентных нагрузок в настоящее время в краностроении имеет наибольшее распространение при расчетах на сопротивление усталости. Рассмотрим принцип построения суммарной диаграммы напряжений для рассчитываемого элемента в соответствии с расчетным сочетанием нагрузок.

Пусть на конструкцию действуют две нагрузки, напряжения от которых приведены к симметричному циклу и распределены по двухступенчатым диаграммам (рис. 12.9, а). Здесь a_1 и a_2 — относительные длительности действия напряжений первой сту-

пени для диаграмм первой и второй нагрузок; b_1 и b_2 — отношения напряжений второй ступени к напряжениям первой ступени, принимаемым за единицу, для диаграмм первой и второй нагрузок. Относительная длительность действия напряжений второй ступени определяется как $a'_1 = 1 - a'_1$ и $a''_2 = 1 - a''_2$. В суммарной диаграмме (рис. 12.9, б) напряжения от второй нагрузки, имеющие, например, более высокую частоту, накладываются на напряжения от первой нагрузки и значения напряжений ее ступеней будут равны: $\sigma_1 + \sigma_2$; $\sigma_1 + b_2\sigma_2$; $b_1\sigma_1 + \sigma_2$; $b_1\sigma_1 + b_2\sigma_2$.

Число циклов изменения напряжений каждой ступени этой диаграммы является частью от общего числа циклов N изменения напряжений в элементе конструкции за срок службы от первой

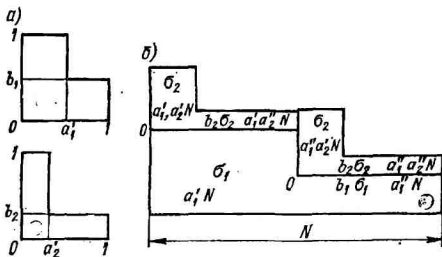


Рис. 12.9. Диаграмма напряжений

нагрузки как имеющей наименьшую частоту циклов. Аналогично можно построить суммарную диаграмму для любого случая нагружения.

Приведенное напряжение стационарного режима нагружения, эквивалентное по эффекту повреждения данному нестационарному, определяемому суммарной диаграммой напряжений (рис. 12.9, б), равняется [см. формулу (12.20)]

$$\sigma_{\text{пр}} = \sqrt[m]{(\sigma_1 + \sigma_2)^m a'_1 a'_2 + (\sigma_1 + b_2 \sigma_2)^m a'_1 a''_2 + (b_1 \sigma_1 + \sigma_2)^m a''_1 a'_2 + (b_1 \sigma_1 + b_2 \sigma_2)^m a''_1 a''_2} \quad (12.28)$$

Заменим двухступенчатые диаграммы напряжений от каждой из нагрузок их эквивалентными (приведенными) напряжениями по выражению (12.20):

$$\sigma_{\sigma_1} = \sigma_1 \sqrt[m]{a'_1 + b_1^m a''_1}; \quad \sigma_{\sigma_2} = \sigma_2 \sqrt[m]{a'_2 + b_2^m a''_2}$$

и составим из этих одноступенчатых эквивалентных напряжений суммарную диаграмму, у которой

$$\sigma_{\Sigma} = \sigma_1 \sqrt[m]{a'_1 + b_1^m a''_1} + \sigma_2 \sqrt[m]{a'_2 + b_2^m a''_2} \quad (12.29)$$

Как видно из сравнения зависимостей (12.28) и (12.29), расчет по выражению (12.29) значительно проще. Следует заметить, что когда число нагрузок достигает, например, пяти, как это имеет место в поворотных кранах, а диаграммы отдельных нагрузок имеют не по две, а по три ступени, число ступеней суммарной диаграммы может достигнуть в этом случае значения 3^5 и расчет $\sigma_{\text{пр}}$ по формуле (12.28) станет практически неприемлемым. Однако при алгебраическом суммировании эквивалентных напряжений сумма эквивалентных напряжений [см. формулу (12.29)] не равна суммарному эквивалентному напряжению [см. формулу (12.28)]. Произведенная подробная оценка погрешности, вносимой в расчет при замене напряжений, распределенных по многоступенчатым диаграммам, одноступенчатыми эквивалентными от каждой из нагрузок, показала, что такая замена обеспечивает во всех случаях запас по сопротивлению усталости. Степень этого запаса не превышает 20 % [1].

Приведенные напряжения расчетного стационарного симметричного цикла, эквивалентные нестационарным напряжениям гистограммы (см. рис. 12.8), определяются по формуле

$$\sigma_{\text{пр}} = \sqrt[m]{\sum_1^{p_0} \sigma_{i-1K}^m Z_i / \sum Z_i}, \quad (12.30)$$

где m — см. формулу (12.3); p_0 — число учитываемых ступеней расчетной гистограммы по рис. 12.8; σ_{i-1K} — напряжение i -го уровня расчетной гистограммы [см. формулу (12.24)] по рис. 12.8; $Z_i / \sum Z_i$ — см. рис. 12.6, $\sum Z_i \leq N_6$.

Если расчетная гистограмма имеет ступени, напряжения которых $\sigma_{i-1K} > \sigma_{-1K}$, то определяется предел сниженной выносливости [см. формулу (12.15)]

$$\sigma_{-1K}^* = \varphi_c \sigma_{-1K} = \sigma_{-1K} \sqrt[m]{1 - \sum (\sigma_{i-1K} / \sigma_{-1K})^m Z_i / \sum Z_i}, \quad (12.31)$$

причем учитываются ступени, напряжения которых $\sigma_{i-1K} > 0,6\sigma_{-1K}$ предела выносливости. Соответственно определяется предел сниженной ограниченной выносливости [см. формулу (12.11)]

$$\sigma_{-1KN}^* = \sigma_{-1K}^* \sqrt[m]{N_6 / \sum Z_i} = \alpha \sigma_{-1K}^*, \quad (12.32)$$

§ 12.5. Расчетные сочетания нагрузок

Основные расчетные случаи сочетания нагрузок, рекомендуемые для краностроения, соответствуют типовым условиям работы кранов.

Случай 1 — нормальные нагрузки рабочего состояния, т. е. нагрузки при работе в обычных условиях эксплуатации при плавных пусках и торможениях механизмов. По ним производится расчет на сопротивление усталости. При переменных значениях

нагрузок расчет следует вести по эквивалентным нагрузкам (напряжениям).

Случай II — максимальные нагрузки рабочего состояния с полным (номинальным) грузом в их реально имеющих место сочетаниях, т. е. предельные нагрузки с резкими пусками и торможениями механизмов в наиболее тяжелых условиях эксплуатации. По этим нагрузкам (напряжениям) производится расчет на прочность и устойчивость.

Случай III — максимальные нагрузки нерабочего состояния, которые возникают при отсутствии груза. Эти нагрузки вызваны весом крана и ветром нерабочего состояния (ураган). По этим нагрузкам (напряжениям) производится расчет на прочность и устойчивость. К случаю III относятся также особые нагрузки: транспортные при перевозке, монтажные, сейсмические, действие взрывной волны, удар в буфера, а также нагрузки от изменения температуры воздуха, снега и обледенения и др. По этим нагрузкам производится расчет на прочность и устойчивость.

Для металлических конструкций отдельных типов кранов и их элементов (мосты, стрелы, порталы и т. п.) устанавливаются расчетные комбинации нагрузок случаев I и II рабочего состояния в зависимости от условий эксплуатации крана. При этом технологические нагрузки, связанные с выполнением краном технологических операций, в зависимости от их характера, вероятности появления и продолжительности действия относятся к нагрузкам первого или второго случая. Наиболее общими являются следующие комбинации нагрузок: 1) кран неподвижен (работает только подъемный механизм), производится подъем (отрыв) груза от основания или торможение его при спуске; 2) кран с грузом находится в движении (передвижение крана, тележки, изменение вылета, вращение), причем происходит торможение или разгон одного из механизмов.

Для случаев нагрузок I и II эти комбинации будут однотипными: в первом случае — комбинации Ia и Ib; во втором случае — комбинации IIa и IIb (табл. 12.1 и 12.2). Для правильного назначения нагрузок в расчетных случаях I и II необходимо статистическое изучение их в условиях длительной эксплуатации конструкций. Характер нагруженности выявляет общую тенденцию к увеличению совмещения движений у интенсивно эксплуатируемых кранов и в связи с этим возможность одновременного торможения или разгона двух или даже трех механизмов, чему способствуют современные системы управления крановыми приводами. При отсутствии достаточных статистических данных можно для расчетов на сопротивление усталости пользоваться двухступенчатой гистограммой суммарных напряжений в рассчитываемом элементе от действия принятых эксплуатационно изученных расчетных комбинаций нагрузок (табл. 12.1 и 12.2). Дальнейшим этапом развития методов расчетов металлических конструкций подъемно-транспортных машин явятся вероятностные расчеты.

§ 12.6. Расчеты на прочность при постоянных и переменных напряжениях по методам предельных состояний и допускаемых напряжений

Расчет металлических конструкций надлежит производить по методу предельных состояний или допускаемых напряжений. В сложных случаях вопросы расчета конструкций и их элементов рекомендуется решать путем специально поставленных теоретических и экспериментальных исследований. Прогрессивный метод расчета по предельным состояниям базируется на статистическом изучении действительной нагруженности конструкций в условиях эксплуатации, а также изменчивости механических свойств применяемых материалов. При отсутствии достаточно подробного статистического изучения действительной нагруженности конструкций тех или иных типов кранов расчеты их ведутся по методу допускаемых напряжений, базирующемуся на установленных практикой коэффициентах запаса прочности.

При плоском напряженном состоянии в общем случае условию пластичности по современной энергетической теории прочности отвечает приведенное напряжение

$$\sigma_{пр} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau^2} = \sigma_T, \quad (12.33)$$

где σ_x и σ_y — напряжения по произвольным взаимно перпендикулярным осям координат x и y . При $\sigma_y = 0$

$$\sigma_{пр} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sigma_T, \quad (12.34)$$

а если $\sigma = 0$, то предельные касательные напряжения

$$\tau = \sigma_T / \sqrt{3} = 0,578\sigma_T \approx 0,6\sigma_T. \quad (12.35)$$

Кроме расчетов на прочность для отдельных типов кранов существуют ограничения величин прогибов, которые имеют вид

$$f/l \leq [f/l], \quad (12.36)$$

где f/l и $[f/l]$ — расчетное и допускаемое значения относительного статического прогиба f по отношению к пролету (вылету) l . Значительные прогибы могут быть безопасны для самой конструкции, но неприемлемы с эксплуатационной точки зрения.

Расчет по методу предельных состояний производится по нагрузкам, приведенным в табл. 12.1.

Примечания к таблице:

1. Комбинации нагрузок предусматривают следующую работу механизмов: Ia и IIa — кран неподвижен; плавный (Ia) или резкий (IIa) подъем груза с земли или торможение его при опускании; Ib и IIb — кран в движении; плавный (Ib) и резкий (IIb) пуск или торможение одного из механизмов. В зависимости от типа крана возможны также комбинации нагрузок Ic и IIc и т. д.

2. В табл. 12.1 приведены нагрузки, постоянно действующие и регулярно возникающие при эксплуатации конструкций, образующие так называемые основные сочетания нагрузок. Чтобы

Нагрузки при расчетах по методу предельных состояний

Виды нагрузок	Случай нагрузок				
	I		II		III
	Комбинации нагрузок				
	Ia	Ib	IIa	IIb	—
Вес металлической конструкции крана G с учетом коэффициентов толчков k'_T и k_T	$n_1 G$	$n_1 k'_T G$	$n_1 G$	$n_1 k_T G$	$n_1 G$
Вес оборудования, расположенного на конструкциях, в том числе тележки, с учетом коэффициентов толчков k'_T и k_T	$n_2 G_0$	$n_2 k'_T G_0$	$n_2 G_0$	$n_2 k_T G_0$	$n_2 G_0$
Вес груза Q (включая грузозахват) с учетом динамических коэффициентов ψ и коэффициентов толчков k'_T и k_T	$\psi I Q_0$	$k'_T Q_0$	$n_3 \psi II Q$	$n_3 k_T Q$	—
Горизонтальные силы инерции масс крана (разгон или торможение одного из механизмов) P_H	—	P_H	—	$n_4 P_H^{\max}$	—
Угол отклонения груза от вертикали α	—	α_I	—	$n_5 \alpha_{II}$	—
Давление ветра на конструкцию P_B	—	—	P_{BII}	P_{BII}	$n_6 P_{BIII}$

учесть меньшую вероятность совпадения расчетных нагрузок при более сложных их сочетаниях, вводятся коэффициенты сочетаний $n_c < 1$, на которые умножаются коэффициенты перегрузок всех нагрузок, за исключением постоянной. Коэффициент сочетаний основных и дополнительных нерегулярно возникающих нагрузок, к которым относятся технологические, транспортные и монтажные нагрузки, а также нагрузки от температурных воздействий, принимается равным 0,9; коэффициент сочетаний основных, дополнительных и особых нагрузок (нагрузки от удара о буфер и сейсмические) — 0,8.

3. Для некоторых элементов конструкций следует учитывать суммарное воздействие как комбинации нагрузок Ia со своим количеством циклов, так и комбинации нагрузок Ib со своим количеством циклов.

4. Угол отклонения груза от вертикали α может также рассматриваться как результат косоого подъема груза.

5. Давление ветра рабочего P_{BII} и нерабочего — ураганного P_{BIII} — на конструкцию определяется по ГОСТ 1451—77. При комбинации нагрузок Ia и Ib давление ветра на конструкцию

обычно не учитывается в силу малой повторяемости в год расчетных скоростей ветра. Для высоких кранов, имеющих период свободных колебаний низшей частоты более 0,25 с и установленных в ветровых районах IV—VIII по ГОСТ 1451—77, учитывается давление ветра на конструкцию при комбинации нагрузок Ia и Ib [13].

6. Технологические нагрузки могут относиться как к случаю нагрузок II, так и к случаю нагрузок III.

Предельными называются состояния, при которых конструкция перестает удовлетворять предъявляемым к ней эксплуатационным требованиям. Метод расчета по предельным состояниям имеет целью не допускать наступления предельных состояний при эксплуатации в течение всего срока службы конструкции.

Металлические конструкции подъемно-транспортных машин должны удовлетворять требованиям двух групп предельных состояний: 1) потеря несущей способности элементов крана по прочности или потеря устойчивости от однократного действия наибольших нагрузок в рабочем или нерабочем состоянии. Рабочим считается состояние, при котором кран выполняет свои функции (табл. 12.1, случай нагрузок II). Нерабочим считается состояние, когда кран без груза подвержен только нагрузкам от собственного веса и ветра или находится в процессе монтажа, демонтажа и транспортировки (табл. 12.1, случай нагрузок III); потеря несущей способности элементов крана вследствие разрушения от усталости при многократном действии нагрузок различной величины за расчетный срок службы (табл. 12.1, случай нагрузок I, а иногда и II); 2) непригодность к нормальной эксплуатации вследствие недопустимых упругих деформаций или колебаний, которые влияют на работу крана и его элементов, а также обслуживающего персонала. Для второго предельного состояния по развитию чрезмерных деформаций (прогибов, углов поворота) предельное условие (12.36) устанавливается для отдельных типов кранов (см. главы 16 и 17).

Наибольшее значение имеют расчеты по первому предельному состоянию, так как при рациональном проектировании конструкции должны удовлетворять требованиям второго предельного состояния.

Для первого предельного состояния по несущей способности (прочности или устойчивости элементов) предельное условие имеет вид

$$N \leq \Phi, \quad (12.37)$$

где N — расчетная (наибольшая) нагрузка в рассматриваемом элементе, выраженная в силовых факторах (сила, момент, напряжение); Φ — расчетная несущая способность (наименьшая) элемента соответственно силовым факторам.

При расчетах по первому предельному состоянию на прочность и устойчивость элементов для определения нагрузки N в формуле (12.37) так называемые нормативные нагрузки P_n ,

(для конструкций подъемно-транспортных машин это максимальные нагрузки рабочего состояния, вводимые в расчет как на основании технических условий, так и на основании опыта проектирования и эксплуатации) умножаются на коэффициент перегрузки соответствующей нормативной нагрузки n_i , после чего произведение $P_{n_i} n_i$ представляет собой наибольшую возможную за время эксплуатации конструкции нагрузку, называемую расчетной. Таким образом, расчетное усилие в элементе N в соответствии с расчетными сочетаниями нагрузок, приведенных в табл. 12.1, может быть представлено в виде

$$N = \sum \alpha_i P_{n_i} n_i, \quad (12.38)$$

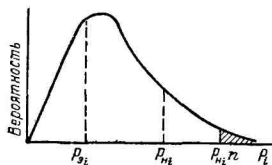


Рис. 12.10. Кривая распределения нагрузки P

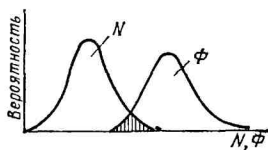


Рис. 12.11. Совмещенные кривые распределения расчетного усилия N и несущей способности Φ

где α_i — усилие в элементе при $P_{n_i} = 1$, а расчетный момент

$$M = \sum M_{n_i} n_i, \quad (12.39)$$

где M_{n_i} — момент от нормативной нагрузки.

Для определения коэффициентов перегрузки необходимо статистическое изучение изменчивости нагрузок по опытным данным. Пусть для данной нагрузки P_i известна ее кривая распределения (рис. 12.10). Поскольку кривая распределения всегда имеет асимптотическую часть, при назначении расчетной нагрузки надлежит иметь в виду, что нагрузки, которые больше расчетных (на рис. 12.10 область этих нагрузок заштрихована), могут вызвать повреждение элемента. Принятие больших значений для расчетной нагрузки и коэффициента перегрузки уменьшает вероятность повреждений и снижает убытки от поломок и аварий, но приводит к увеличению веса и стоимости конструкций. Вопрос о рациональном значении коэффициента перегрузки должен решаться с учетом экономических соображений и требований безопасности. Пусть для рассматриваемого элемента известны кривые распределения расчетного усилия N и несущей способности Φ . Тогда (рис. 12.11) заштрихованная площадь, в границах которой нарушается предельное условие (12.37), будет характеризовать вероятность разрушения.

Приведенные в табл. 12.1 коэффициенты перегрузки $n > 1$, так как они учитывают возможность превышения действительными

нагрузками их нормативных значений. В случае, если опасным является не превышение, а уменьшение действительной нагрузки по сравнению с нормативной (например, нагрузка на консоли балки, разгружающая пролетное строение, при расчетном сечении в пролете), коэффициент перегрузки для такой нагрузки следует принимать равным обратной величине, т. е. $n' = 1/n < 1$.

Для конструкций подъемно-транспортных машин можно принимать следующие коэффициенты перегрузки для отдельных нагрузок: для веса металлической конструкции $n_1 = 1,05 \div 1,1$, причем n_1 одинаков для первого и второго предельных состояний; для веса оборудования, расположенного на конструкциях, в том числе грузовых и грейферных тележек, $n_2 = 1,1 \div 1,3$; для веса груза коэффициент перегрузки n_3 зависит от назначения крана, его грузоподъемности (для малых грузов он больше, для больших — меньше) и от режима работы (степени использования по грузоподъемности), его значения колеблются в пределах $1,05—1,5$; большие значения — для тяжелого режима работы; коэффициенты толчков k_T и динамические коэффициенты ψ за отсутствием пока более точных данных вводятся в расчет без дополнительных коэффициентов перегрузки; для горизонтальных сил инерции n_4 зависит от возможности более резких разгонов и торможений механизмов и может достигать значения $1,5$; для угла отклонения груза из-за больших возможностей совмещения раскачиваний груза, вызванных разными механизмами, n_5 может в зависимости от типа крана колебаться в широких пределах ($1,2—2$); для ветровой нагрузки по ГОСТ 1451—77 $n_6 = 1,1$ только для нерабочего состояния крана (для рабочего состояния крана $n_6 = 1$).

Для первого предельного состояния по потере несущей способности от усталости предельное условие имеет вид

$$\sigma_{np} \leq m_K R, \quad (12.40)$$

где σ_{np} — приведенное напряжение [см. формулу (12.30)], а m_K — см. формулу (12.42). При определении эквивалентных нагрузок P_e [см. формулу (12.22)] надо учесть, что (так как изменчивость переменных нагрузок учитывается до значений, которые не больше значений P_H) для них коэффициент перегрузки $n = 1$, поскольку частота повторений нагрузок больше P_H мала. Коэффициенты перегрузки постоянных нагрузок те же, что и при расчетах на прочность. Значение σ_{np} определяется после того, как напряжения в рассчитываемом сечении от каждой из действующих нагрузок (см. табл. 12.1, случаи I и II при $Z_{II} > 10^3$ циклов и рис. 12.2) будут приведены к симметричному циклу [см. формулу (12.24)] и построена расчетная гистограмма (см. рис. 12.8). Если нагрузки случая II учесть и при меньшем числе циклов Z_{II} , численный результат значения σ_{np} от этого практически не изменится.

Расчеты по второму предельному состоянию по условию (12.36) производятся при коэффициентах перегрузки, равных единице,

т. е. по нормативным нагрузкам (вес груза принимается равным номинальному).

Функция Φ в формуле (12.37) может быть представлена в виде

$$\Phi = F m_k R, \quad (12.41)$$

где F — геометрический фактор элемента (площадь, момент сопротивления и т. д.).

Под расчетным сопротивлением R следует понимать при расчетах:

на сопротивление усталости — предел выносливости элемента (с учетом числа циклов изменения нагрузки и коэффициентов концентрации и асимметрии цикла), умноженный на соответствующий коэффициент однородности по усталостным испытаниям, характеризующий разброс результатов испытаний, $k_0 = 0,9$, и деленный на k_m — коэффициент надежности по материалу при расчетах на прочность, характеризующий как возможность изменения механических качеств материала в сторону их снижения, так и возможность уменьшения площадей сечения проката из-за установленных стандартами минусовых допусков; в соответствующих случаях следует учесть снижение первоначального предела выносливости нагрузками второго расчетного случая;

на прочность при постоянных напряжениях $R = R_n/k_m$ — частное от деления нормативного сопротивления (нормативного предела текучести) на соответствующий коэффициент надежности по материалу; для углеродистой стали $k_m = 1,05$, а для низколегированной — $k_m = 1,1$; таким образом, в отношении работы материала за предельное состояние принята не полная потеря его способности воспринимать нагрузку, а наступление больших пластических деформаций, препятствующих дальнейшему использованию конструкции;

на устойчивость — произведение расчетного сопротивления на прочность на коэффициент уменьшения несущей способности сжимаемых (φ , $\varphi_{\text{нп}}$) или изгибаемых (φ_0) элементов.

Коэффициенты условий работы m_k зависят от обстоятельств работы элемента, которые не учитываются расчетом и качеством материала, т. е. не входят ни в усилие N , ни в расчетное сопротивление R . Таких основных обстоятельств три, и поэтому можно принять

$$m_k = m_1 m_2 m_3, \quad (12.42)$$

где m_1 — коэффициент, учитывающий ответственность рассчитываемого элемента, т. е. возможные последствия от разрушения; следует различать следующие случаи: разрушение не вызывает прекращения работы крана, вызывает остановку крана без повреждения или с повреждением других элементов и, наконец, вызывает разрушение крана; коэффициент m_1 может находиться в пределах $1-0,75$, в особых случаях (хрупкое разрушение) $m_1 = 0,6$; m_2 — коэффициент, учитывающий возможные повреждения элементов конструкции в процессе эксплуатации, транспорти-

ровки и монтажа, зависит от типов кранов; можно принимать $m_2 = 1,0 \div 0,8$; m_3 — коэффициент, учитывающий несовершенства расчета, связанные с неточным определением внешних сил или расчетных схем. Он должен устанавливаться для отдельных типов конструкций и их элементов. Можно принимать для плоских статически определимых систем $m_3 = 0,9$, а для статически неопределимых — 1, для пространственных — 1,1. Для изгибаемых элементов по сравнению с испытывающими растяжение-сжатие $m_3 = 1,05$.

Формуле (12.37) можно придать другой вид, если обе ее части разделить на геометрический фактор. Тогда вместо проверки усилий и моментов будет иметь место проверка напряжений, что, не меняя принципиального содержания расчетов, создает известные удобства для расчетчика. Таким образом, расчет по первому предельному состоянию на прочность при постоянных напряжениях производится по формуле

$$\sigma_{II} \leq m_K R, \quad (12.43)$$

а на сопротивление усталости, если переход к предельному состоянию осуществляется за счет увеличения уровня переменной напряженности, — по формуле (12.40), где расчетное сопротивление R определяется по одной из следующих формул:

$$R = k_0 \sigma_{-1K} / k_m; \quad (12.44)$$

$$R_N = k_0 \sigma_{-1KN} / k_m; \quad (12.45)$$

$$R^* = k_0 \sigma_{-1K} / k_m; \quad (12.46)$$

$$R_N^* = k_0 \sigma_{-1KN} / k_m, \quad (12.47)$$

где k_0 , k_m — коэффициенты однородности по усталостным испытаниям и надежности по материалу; σ_{-1K} , σ_{-1KN} , σ_{-1K}^* , σ_{-1KN}^* — пределы выносливости неограниченный [13], ограниченный [см. формулу (12.11)], сниженный неограниченный [см. формулу (12.31)], сниженный ограниченный [см. формулу (12.32)] соответственно.

Если переход к предельному состоянию осуществляется не за счет увеличения уровня переменной напряженности, а за счет увеличения числа циклов повторения напряжений, определяется запас по усталостной долговечности (рис. 12.12) $n_d = N_p / N$. Так как $\sigma_{пр}^m N_p = \sigma_{пр}^m N N$, то

$$n_d = (\sigma_{пр} N / \sigma_{пр})^m = (m_K R_N / \sigma_{пр})^m = [k_0 m_K \sigma_{-1KN} / (k_m \sigma_{пр})]^m, \quad (12.48)$$

где R_N , m_K , m , $\sigma_{пр}$ [см. формулы (12.45), (12.40), (12.3), (12.30)] соответственно.

Расчет по методу допускаемых напряжений производится по нагрузкам, приведенным в табл. 12.2. Необходимо учитывать все примечания к табл. 12.1, кроме примечания 2.

Значения запасов прочности даны в табл. 12.3 и зависят от обстоятельств работы конструкции, не учитываемых расчетом, как например: ответственность, имея в виду последствия от

Нагрузки при расчетах по методу допускаемых напряжений

Виды нагрузок	Случай нагрузок				
	I		II		III
	Комбинации нагрузок				
	Ia	Ib	IIa	IIb	—
Вес металлической конструкции крана и оборудования, расположенного на конструкции, с учетом коэффициентов толчков k'_T и k_T	G	$k'_T G$	G	$k_T G$	G
Вес тележки G_T с учетом коэффициентов толчков k'_T и k_T	G_T	$k'_T G_T$	G_T	$k_T G_T$	G_T
Вес груза Q (включая грузозахват) с учетом динамических коэффициентов ψ и коэффициентов толчков k'_T и k_T	$\psi I Q_0$	$k'_T Q_0$	$\psi II Q$	$k_T Q$	—
Горизонтальные силы инерции масс крана (разгон или торможение одного из механизмов) P_H	—	P_H	—	$P_H^{\max}$	—
Угол отклонения груза от вертикали α	—	αI	—	αII	—
Давление ветра на конструкцию P_B	—	—	P_{BII}	P_{BII}	P_{BIII}

Таблица 12.3

Величина запасов прочности n
при расчетах по методу допускаемых напряжений

Рассчитываемые конструкции **	Расчетные случаи		
	I	II	III *
	n_I	n_{II}	n_{III}
Все, кроме транспортирующих жидкий металл	1,4	1,4	1,3
Для транспортирования жидкого металла	1,7	1,7	—

* Для случаев особых нагрузок: транспортных при перевозке, монтажных, при ударах о буфера, сейсмических и т. п. коэффициент запаса $n_0 \approx 1,2$.

** В отдельных случаях для элементов, не поддающихся точному силовому расчету, например для концевых балок крановых мостов, значения запасов прочности n принимают больше значений, указанных в таблице.

разрушения; несовершенство расчета; отклонения в размерах и качестве материала.

$$\sigma_{II} \leq [\sigma] = \sigma_T/n_{II}; \quad (12.49)$$

где n_{II} и n_{III} — см. в табл. 12.3. При этом допускаемые напряжения на изгиб принимают на 10 МПа (примерно на 5 %) больше,

чем на растяжение (для Ст3 — 180 МПа), учитывая, что при изгибе текучесть сначала проявляется только в крайних фибрах и распространяется затем постепенно на все сечение элемента, повышая его несущую способность, т. е. при изгибе имеет место перераспределение напряжений по сечению за счет пластических деформаций.

При расчете на сопротивление усталости, если переход к предельному состоянию осуществляется за счет увеличения уровня переменной напряженности, должно выполняться одно из следующих условий:

$$\sigma_{\text{np}} \leq [\sigma_{-1K}]; \quad (12.51)$$

$$\sigma_{\text{pp}} \leq [\sigma_{-1K}^*]; \quad (12.53)$$

$$\sigma_{\text{pp}} \leq [\sigma_{-|KN}^*], \quad (12.54)$$

где $\sigma_{пр}$ — приведенное напряжение по формуле (12.30); $[\sigma_{-1K}]$, $[\sigma_{-1KN}]$, $[\sigma_{-1K}^*]$, $[\sigma_{-1KN}^*]$ — допускаемые напряжения, при определении которых используется выражение $[\sigma] = \sigma_{-1K}/n_1$, или аналогично формулам (12.45)–(12.47) вместо σ_{-1K} используются σ_{-1KN} , σ_{-1K}^* и σ_{-1KN}^* . Запас прочности n_1 такой, как и при расчете статической прочности.

Если переход к предельному состоянию осуществляется за счет увеличения числа циклов повторения переменных напряжений, то при расчете на ограниченную долговечность запас по усталостной долговечности (рис. 12.12) $n_d = N_p/N$. Так как $\sigma_{np}^m N_p = \sigma_{-1K}^m N_6 = \sigma_{-1KN}^m N$,

$$n_d = (\sigma_{-1KN}/\sigma_{np})^m = n_l^m \quad (12.55)$$

и при $n_I = 1,4$ и $K = 4$ $n_{\text{д}} \approx 2,75$, а при $K = 2$ $n_{\text{д}} \approx 7,55$.

При сложном напряженном состоянии наиболее соответствует экспериментальным данным гипотеза наибольших касательных октаэдрических напряжений, в соответствии с которой

$$(\sigma_a)_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} \quad (12.56)$$

и $\tau_{-1K} = \sigma_{-1K}/\sqrt{3}$. Тогда запас прочности при симметричных циклах

$$n = \frac{\sigma_{-1K}}{(\sigma_a)_{\text{экв}}} = \frac{1}{\sqrt{(\sigma_a/\sigma_{-1K})^2 + (\tau_a/\tau_{-1K})^2}} = \frac{1}{\sqrt{1/n_\sigma^2 + 1/n_\tau^2}},$$

т. е.

$$n = n_\sigma n_\tau / \sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}, \quad (12.57)$$

где σ_{-1K} и τ_{-1K} — предельные напряжения (пределы выносливости), а σ_a и τ_a — амплитудные значения действующего симметричного цикла. Если циклы асимметричные, их следует привести к симметричным по формуле типа (12.24).

Прогрессивность метода расчета по предельным состояниям заключается в том, что при расчетах по этому методу лучше учитывается действительная работа конструкций; коэффициенты перегрузки различны для каждой из нагрузок и определяются на основе статистического изучения изменчивости нагрузок. Кроме того, с помощью коэффициента надежности по материалу лучше учитываются механические качества материалов. В то время как при расчете по методу допускаемых напряжений надежность конструкции обеспечивается единым коэффициентом запаса, при расчете по методу предельных состояний вместо единого коэффициента запаса используется система трех коэффициентов: надежности по материалу, перегрузки и условий работы, устанавливаемых на основании статистического учета условий работы конструкции.

Переход на расчеты металлических конструкций всех кранов по методу предельных состояний в настоящее время не осуществляется главным образом из-за отсутствия обоснованных численных значений коэффициентов перегрузки для многих групп кранов. Если бы коэффициенты перегрузки для всех нагрузок были одинаковыми и равными n , то формулу (12.38) можно было бы записать в виде

$$N = n \sum \alpha_i P_{n_i}.$$

При этом условие (12.37) приняло бы вид

$$n \sum \alpha_i P_{n_i} \leq F m_K R \text{ или } \sum \alpha_i P_{n_i} / F \leq m_K R_H / (n k_M).$$

Для расчетов на прочность от постоянных нагрузок будем иметь

$$\sigma \leq m_K \sigma_T / (n k_M) = [\sigma],$$

где $n k_M / m_K$ представляет собой коэффициент запаса.

Таким образом, расчет по допускаемым напряжениям есть частный случай расчета по первому предельному состоянию, когда коэффициенты перегрузки для всех нагрузок одинаковы. Однако надо подчеркнуть, что метод расчета по предельным состояниям понятия запаса прочности не использует. Его не использует также разрабатываемый в настоящее время для краностроения вероятностный метод расчета. Выполнив расчет по методу предельных состояний, можно определить значение получающегося при этом коэффициента запаса прочности по методу допускаемых напряжений. Подставляя в формулу (12.37) значения N [см. формулу (12.38)] и Φ [см. формулу (12.41)] и переходя к напряжениям, получим значение запаса прочности

$$n = \sum \sigma_i n_i k_m / (m_k \sum \sigma_i). \quad (12.58)$$

Глава 13

СОЕДИНЕНИЯ СТАЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

§ 13.1. Сварные соединения

Основной вид соединений стальных конструкций подъемно-транспортных машин — сварные. Лишь для монтажных соединений сварка часто малоудобна и заменяется болтовыми соединениями. Заклепочные соединения применяются в настоящее время редко.

Сварные швы встык, воспринимающие продольные силы и имеющие расчетное сопротивление наплавленного металла такое же, как у материала свариваемых элементов, должны выполняться прямыми с полным проваром и выводом концов шва за пределы стыка (на подкладки); такие швы считаются равнопрочными с основным металлом и не требуют проверки расчетом. При применении в стыковых швах наплавленного металла, расчетное сопротивление которого ниже, чем у свариваемых элементов, швы могут выполняться прямыми или косыми (рис. 13.1, *a*; *aa* обозначает направление, по которому развивается усталостная трещина). Соединение прямым стыковым швом, перпендикулярным к осевому усилию N , в этом случае неравномерно целому элементу, равнопрочным будет косой шов, направленный под определенным углом ($\alpha \leq 60^\circ$) к осевому усилию. Однако применение косых швов в поясах и стенках балок не рекомендуется.

Расчет прямых швов встык на прочность производится по формуле

$$N / (l_{\text{ш}} \delta) \leq m_k R^{\text{св}}, \quad (13.1)$$

где N — расчетное усилие; $l_{\text{ш}}$ — расчетная длина шва, равная его полной длине в случае вывода концов за пределы стыка,

в ином случае — за вычетом участков в конце и начале шва общей длиной 10 мм; δ — толщина шва, равная толщине стыкуемых листов, а при листах разной толщины толщина шва, принимаемая равной толщине наиболее тонкого из листов; $R_p^{св}$ — расчетное сопротивление шва встык сжатию или растяжению.

Стыковые соединения, работающие на изгиб, рассчитываются по общим формулам для изгибаемых сечений.

Стыковые соединения, испытывающие одновременно действие нормальных и срезающих напряжений, проверяются по формуле

$$\sqrt{\sigma_{свх}^2 + \sigma_{свы}^2 - \sigma_{свх}\sigma_{свы} + 3\tau_{свы}^2} \leq 1,15m_k R_p^{св}, \quad (13.2)$$

где $\sigma_{свх}$ и $\sigma_{свы}$ — нормальные напряжения в сварном соединении по двум взаимно перпендикулярным направлениям; $\tau_{свы}$ — на-

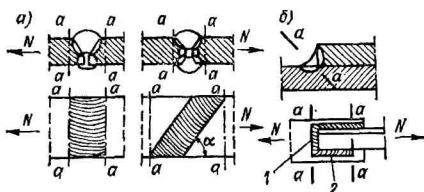


Рис. 13.1. Сварные соединения: а — стыковыми швами; б — угловыми:

1 и 2 — лобовой и фланговый швы

пряжение в сварном соединении от среза; $R_p^{св}$ — расчетное сопротивление сварного соединения встык растяжению.

При работе в условиях переменных напряжений при нормальном качестве стыкового шва усталостная трещина развивается по основному металлу; для прямого стыкового шва — вдоль его границы; для косого — от начала шва перпендикулярно к оси растяжения элемента. Поэтому стыковые швы, удовлетворяющие условию прочности, удовлетворяют одновременно и условию выносливости. Усталостная трещина развивается по шву только при наличии дефектов в сварном шве.

Результаты исследований сопротивления усталости сварных стыковых соединений стальных труб показывают, что использование заточек при стыковании труб для их центрирования недопустимо, так как с внутренней стороны трубы остается щель Г-образного сечения, которая вызывает высокую концентрацию напряжений в корне шва. Стыковое соединение труб рекомендуется осуществлять с помощью плотно пригнанного подкладного кольца; при этом значение эффективного коэффициента концентрации $K < 2$ и близко к обычным значениям K для стыковых соединений.

Среди всех конструкций сварных соединений соединения стыковым швом обладают наилучшим сопротивлением усталости. Поэтому краны, рассчитываемые с учетом явлений усталости, как правило, конструируются в листовом исполнении, базирующемся на стыковых швах. Ферменные конструкции, базирующиеся на угловых швах, для этих кранов не рекомендуются.

Соединения с угловыми швами (рис. 13.1, б) при работе на осевую продольную силу проверяются на срез по формуле

$$N / [\sum (\beta h) l_{ш}] \leq m_k R_y^{св}, \quad (13.3)$$

где h — расчетная высота сечения шва, принимаемая равной катету вписанного в сечение углового шва равнобедренного треугольника, ограниченная из технологических соображений как

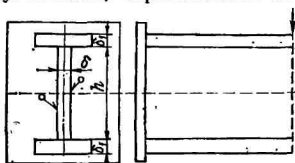


Рис. 13.2. Сварное соединение, воспринимающее момент и поперечную силу

по минимуму, так и по максимуму; β — коэффициент, принимаемый в зависимости от вида сварки, для однопроводной автоматической сварки $\beta = 1$, для ручной — $\beta = 0,7$; $R_y^{св}$ — расчетное сопротивление углового шва. Остальные обозначения те же, что и в формуле (13.1). Расчет швов, соединяющих пояса и стенки балок, см. в § 14.1.

При расчете соединений с угловыми швами не по действующим нагрузкам, а из условий равнопрочности соединения с сечением прикрепляемого элемента площадью F или при наличии отверстий площадью $F_{нт}$ наибольшее допускаемое усилие, если элемент растянут,

$$N = m_k R F_{нт}, \quad (13.4)$$

а если сжат, то

$$N = \varphi m_k R F, \quad (13.5)$$

при этом, если $\varphi F > F_{нт}$, для расчета сжатых элементов надо пользоваться формулой (13.4). Значения R и m_k см. в § 12.4.

Сварные соединения, работающие на изгиб (рис. 13.2), рассчитываются по общим формулам для изгибаемых сечений. При этом для соединений впритык надо различать два случая: 1) присоединение выполнено с проваром на всю толщину стенки, т. е. стыковым швом; 2) оно выполнено угловыми швами. При одновременном действии в одном и том же сечении углового шва напряжений среза в двух направлениях расчет производится на равнодействующую этих напряжений.

Усталостные испытания сварных швов для конструкций присоединения как лобовыми, так и фланговыми швами показывают, что пределы выносливости на срез сварных швов при симметричном τ_1 и отнулевом τ_0 циклах примерно равны пределам выносливости присоединяемых элементов σ_{-1} и σ_0 при тех же циклах,

т. е. для равнопрочности площадь среза сварных швов должна быть равна площади сечения присоединяемых элементов.

Лобовые швы подобно стыковым пересекают силовой поток нормально к его направлению. При плавном переходе от шва к основному металлу соединение лобовыми швами может создавать концентрацию напряжений, близкую к вызываемой стыковым соединением.

Соединения фланговыми швами дают наиболее высокие эффективные коэффициенты концентрации, что объясняется сосредоточенностью передачи усилий и неравномерностью работы фланговых швов по длине. Зачистка концов фланговых швов практически не уменьшает значения эффективного коэффициента концентрации, и выполнение ее нецелесообразно.

§ 13.2. Болтовые и заклепочные соединения

В стальных конструкциях применяются точеные (чистые) болты из углеродистых сталей, плотно входящие в отверстия, и высокопрочные болты из легированных сталей, входящие в отверстия с зазором. В соединениях на точеных болтах усилия передаются телами болтов, а в соединениях на высокопрочных болтах — силами трения, возникающими по соприкасающимся плоскостям элементов от натяжений болтов. В настоящее время для особо ответственных монтажных соединений следует применять высокопрочные болты.

По принятому условному способу расчета болтовых и заклепочных соединений точеные болты и заклепки рассчитываются:

на срез

$$N/(n n_{ср} \pi d^2/4) \leq m_k R_{ср}; \quad (13.6)$$

на смятие

$$N/(n d \sum \delta) \leq m_k R_{см}; \quad (13.7)$$

на растяжение

$$N/(n \pi d_0^2/4) \leq m_k R_p, \quad (13.8)$$

где N — расчетные продольные силы, равномерно распределяемые между болтами или заклепками; n — число болтов или заклепок в соединении; $n_{ср}$ — число рабочих срезов одного болта или заклепки; d — наружный диаметр стержня болта или диаметр отверстия заклепки; d_0 — внутренний диаметр резьбы болта; $\sum \delta$ — наименьшая суммарная толщина элементов, сминаемых в одном направлении.

Монтажные соединения на высокопрочных болтах рассчитываются в предположении передачи действующих усилий посредством трения, возникающего по соприкасающимся плоскостям соединяемых элементов при натяжении болтов. Болты ставятся в отверстия с зазором 2—3 мм, благодаря чему значительно снижается трудоемкость изготовления монтажных соединений по сравнению с соединениями на точеных болтах, ставящихся в рас-

сверленные отверстия в собранных элементах. Для создания контролируемого натяжения высокопрочных болтов применяются динамометрические ключи. Осевое усилие натяжения высокопрочных болтов P принимается в зависимости от механических свойств болтов после их термической обработки и определяется по формуле

$$P \approx 0,7 \sigma_v F_{нт}, \quad (13.9)$$

где σ_v — нормативное значение временного сопротивления разрыву стали высокопрочных болтов после термической обработки в готовом изделии; $F_{нт}$ — площадь сечения болта нетто (по резьбе);

0,7 — обобщенный коэффициент условий работы, перегрузки и надежности по материалу.

Расчетное усилие, которое может быть воспринято каждой поверхностью трения соединяемых элементов, стянутых одним высокопрочным болтом, определяется по формуле

$$N = 0,9 P f, \quad (13.10)$$

где коэффициент трения f зависит от способа предварительной очистки соединяемых поверхностей. Коэффициент условий работы болтового соединения 0,9 учитывает возможность уменьшения

натяжения болта, вызываемого неточностью затяжки, обмятием поверхностей контактов и нарезки болта, поперечными деформациями пакета при его растяжении. Усталостные разрушения соединений на высокопрочных болтах происходят по соединяемым элементам вдоль границы накладок, так как передача усилия от одного элемента к другому происходит не через тела болтов, а по площади контакта сдвигаемых элементов.

Задача о распределении усилий между точечными (чистыми) болтами (заклепками) в стыковом соединении, работающем на изгиб, от момента, действующего в плоскости соединения, статически неопределима, так как имеется только одно уравнение статики. Простейшее оправданное практикой допущение для стыков, высота накладки которых больше ее ширины, заключается в том, что усилия в горизонтальных рядах по высоте балки принимаются изменяющимися по линейному закону (рис. 13.3). Это допущение позволяет составить необходимое количество дополнительных уравнений. Если M_c — изгибающий момент, действующий на соединение стенки балки (см. § 14.3), то

$$M_c = \sum N_i y_i = N_1 y_1 + N_2 y_2 + N_3 y_3 + \dots;$$

$$N_2 = N_1 y_2 / y_1; \quad N_3 = N_1 y_3 / y_1;$$

$$M_c = N_1 (y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + \dots) / y_1 = N_1 \sum y_i^2 / y_1,$$

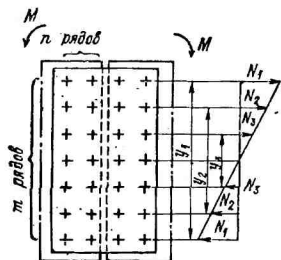


Рис. 13.3. Схема работы болтового (заклепочного) соединения, воспринимающего изгибающий момент

откуда

$$N_1 = M_{cy1} / \sum y_i^2. \quad (13.11)$$

Принимая, что усилие N_1 между болтами (заклепками) одного ряда определяется равномерно, находим усилие на один болт $N = N_1/n$. Если имеется поперечная сила Q , то ее считают равномерно распределенной между всеми болтами, и равнодействующая усилий, приходящаяся на один болт крайнего ряда.

$$T = \sqrt{(N_1/n)^2 + (Q/mn)^2}. \quad (13.12)$$

Аналогично, если на соединение кроме изгибающего момента M_c действует продольная сила P , равнодействующая усилий, приходящаяся на один болт крайнего ряда,

$$T = N_1/n + P/(mn). \quad (13.13)$$

Монтажные стыки коробчатых конструкций часто выполняют в виде фланцевых болтовых соединений, обработанных по кондукторам, что обеспечивает взаимозаменяемость отдельных частей

и целесообразно при серийном изготовлении конструкций. При этом часто болты из стали 40 ставятся в отверстия с зазором в несколько миллиметров, а в два точно и чисто обработанных отверстия ставятся штифты. Исследованиями установлено, что от внешней нагрузки в болтах можно принимать линейный закон распределения усилий в предположении, что фланцы абсолютно жесткие и что раскрытие стыка будет происходить относительно осей поясов балки (оси x_1 и y_1 на рис. 13.4, а). Тогда, если на стык действуют продольная растягивающая сила N и изгибающие моменты, перпендикулярные к плоскости стыка, M_x и M_y , напряжение в болтах от внешней нагрузки определится зависимостью

$$\sigma = N/nF_b + M_y x_{1i} / J_{y1} + M_x y_{1i} / J_{x1}, \quad (13.14)$$

где nF_b — площадь сечения по резьбе всех n болтов стыка; $J_{y1} = \sum F_b x_{1i}^2$; $J_{x1} = \sum F_b y_{1i}^2$ — моменты инерции сечений болтов стыка относительно осей x_1 и y_1 .

Чтобы исключить раскрытие («дыхание») стыка при действии переменных нагрузок в процессе работы крана, необходимо болты предварительно затянуть до напряжений в них, превышающих напряжения от внешней нагрузки в $k_0 = 1,3 \div 1,5$ раза (меньшие значения при контролируемой затяжке). При действии постоянных нагрузок $k_0 = 0$. Тогда, учитывая коэффициентом $k_1 = 1,4 \div$

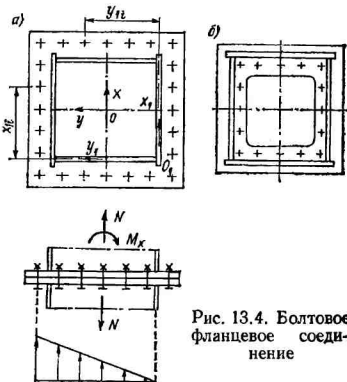


Рис. 13.4. Болтовое фланцевое соединение

1,5 некоторую неравномерность в распределении напряжений в болтах по ширине фланца, суммарные расчетные напряжения растяжения болта можно определить по формуле

$$\sigma_{\text{расч}} = (k_0 + k_1) \sigma = \sigma_1/n, \quad (13.15)$$

где коэффициент запаса $n = 1,5 \div 2,5$. Меньшие значения можно принимать для внутренних фланцев (рис. 13.4, б). Если продольная сила N сжимающая, она передается через торцы фланцев и болты не нагружает. При наличии перерезывающей силы она должна восприниматься штифтами или другими специальными устройствами. Если болтовые фланцевые соединения осуществляют без механической обработки фланцев по кондукторам, то следует применять высокопрочные болты. Такое соединение целесообразно при индивидуальном изготовлении.

§ 13.3. Шарнирные соединения

Шарниры неподвижных или редко поворачивающихся соединений отдельных частей стальных конструкций осуществляются на осях. На рис. 13.5 показана расчетная схема листовой проушины. Наибольшие напряжения возникают по сечению 1—1 на

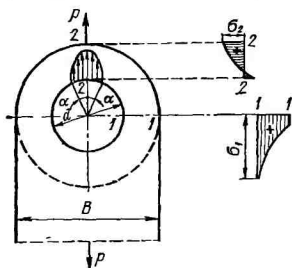


Рис. 13.5. Схема к расчету проушин

внутреннем и по сечению 2—2 на наружном волокнах. Наибольшие напряжения, имеющие место в сечении 1—1 проушины толщиной t , можно определять в зависимости от номинальных напряжений σ_n по формуле

$$\sigma_1 = k_\alpha \sigma_n = k_\alpha P / [(B - d) t], \quad (13.16)$$

где коэффициент концентрации напряжений k_α зависит от угла контакта α и размеров проушины B/d . Для осей крановых стальных конструкций характерны малые углы $\alpha = 0 \div 20$. В этом

случае при изменении B/d от 1,5 до 3,5 значение $k_\alpha \approx 4$. При больших углах α , вплоть до $\alpha = 90^\circ$, значения k_α уменьшаются.

При расчете проушин по формуле (13.16) можно принимать наибольшие напряжения равными пределу пропорциональности, так как они возникают лишь в одном крайнем волокне, т. е. иметь $\sigma_1 \leq 0,85\sigma_r$.

Для учета явлений усталости за отсутствием соответствующих экспериментальных данных в первом приближении можно использовать результаты испытаний образцов с отверстиями при симметричном цикле в условиях растяжения-сжатия. При $B/d = 3$ коэффициент концентрации напряжений в упругой области $k_\sigma = 2,35$ (по отношению к сечению нетто), а эффективный коэффициент концентрации $K = 1,6$ (для стали Ст3). Введем коэф-

коэффициент $\varphi = K/k_\alpha = 1,6/2,35 = 0,7$ и примем для проушины такое же его значение. Тогда для проушины, имеющей $k_\alpha = 4$, значение $K = \varphi k_\alpha = 0,7 \cdot 4 = 2,8$.

При закреплении осей в листах последние проверяются на смятие (сжатие) по диаметральной площади по формуле

$$\sigma = P/(d\delta), \quad (13.17)$$

где δ — толщина сминаемых частей.

Шарниры со свободным касанием (по линии или в точке): цилиндр или сфера с плоскостью, два цилиндра по образующей, две сферы (выпуклая и вогнутая) проверяются на контактные напряжения [13]. Как для вращающихся, так и для неподвижных осей широко применяются подшипники качения.

Глава 14

РАСЧЕТ И КОНСТРУКЦИИ БАЛОК

Балки как стержневые элементы конструкций ПТМ работают преимущественно на изгиб. Вместе с тем они воспринимают и другие виды нагружений: осевое растяжение или сжатие, кру-

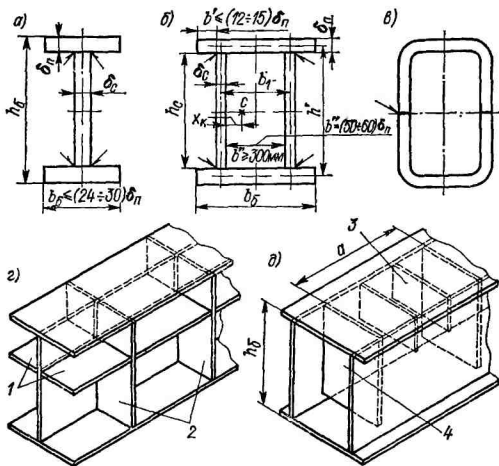


Рис. 14.1. Типы сечений и элементы составных балок

чение. Условно удобно различать простые и составные балки. К первым относятся прокатные, состоящие из одного профиля (в виде двутавра, швеллера и т. п.). Составной называют балку,

состоящую из элементов листового проката или прокатных и гнутых профилей (рис. 14.1). Эти балки в подавляющем большинстве выполняются сварными и в очень ограниченном количестве — клепаными. Простые балки сравнительно редко применяются в конструкциях ПТМ, что объясняется их большей металлоемкостью (более толстые стенки) в сравнении с составными. Стоимость их, однако, ниже. Использование составных балок предоставляет широкие возможности по созданию разнообразных конструктивных форм. Составные балки бывают одностенчатыми (рис. 14.1, а, з) и двухстенчатыми (рис. 14.1, б, в, д), открытого (рис. 14.1, а, з) или закрытого (коробчатого) сечения (рис. 14.1, б, в, д).

§ 14.1. Выбор основных размеров балок. Расчет прокатных и составных балок

На рис. 14, а—в показаны основные элементы балок, определяющие вид сечения: пояса и стенки. Геометрические параметры их (высота h_0 , ширина b_0 , толщина элементов δ) определяются в соответствии с требованиями первого и второго предельных состояний (см. § 12.6): прочности, устойчивости, жесткости. Балка при этом должна иметь возможно меньшую массу и быть технологичной в изготовлении. В ряде случаев эти требования противоречивы. К дополнительным (условно) элементам балки относятся продольные 1 и поперечные 2 ребра жесткости (рис. 14.1, з), малые 3 и большие 4 диафрагмы (рис. 14.1, д). Главное назначение их — обеспечение местной устойчивости стенок и поясов балки. Малые диафрагмы выполняют роль промежуточных опор при центральном расположении рельса в балке коробчатого сечения. Наличие дополнительных элементов учитывается при определении массы балки конструктивным коэффициентом $\beta = 1,2 \div 1,3$. Поперечные ребра жесткости и большие диафрагмы обеспечивают также пространственную жесткость всей балки.

Высота сечения h_3 определяется условием получения минимальной массы балки, нормой жесткости в вертикальной плоскости, а иногда предоставленным высотным габаритом. При расчете и проектировании балочных элементов металлоконструкций ПТМ высотой можно задаваться на основе имеющегося опыта существующих изделий (см. гл. 16—20).

Усилия (изгибающий M и крутящий моменты $M_{кр}$, поперечные силы Q и т. п.) для подбора геометрических параметров балок могут быть получены на основе расчетов с помощью методов строительной механики (см. часть первую) при учете сочетаний нагрузок (см. табл. 12.1).

Расчет прокатных балок включает определение необходимого номера прокатного профиля. Требуемый минимальный момент сопротивления равен

$$W_{тр} \geq M / (m_k R_p). \quad (14.1)$$

Далее подбирается по сортаменту ближайший номер профиля и производится проверка прочности балки с учетом уточненных значений силовых факторов (веса балки, ветровой нагрузки и т. п.)

$$\sigma = M/W \leq m_k R_p. \quad (14.2)$$

Выполняется также проверка жесткости и общей устойчивости балки (см. § 14.6).

При предварительном определении геометрии сечения составных балок, исходя из требований прочности, находятся момент сопротивления $W_{тр}$, толщина стенки δ_c и площадь сечения поясов F_n с помощью зависимости (14.1) и приближенных выражений:

$$\delta_c \geq Q/(h_c R_{ср} m_k); F_n \geq 0,8 M_{\max}/(h' R_p m_k), \quad (14.3)$$

где $M_{\max}$ — максимальный изгибающий момент; $h' \approx h_0 \approx h_c$, h' — расстояние между центрами тяжести поясов. Коэффициент 0,8 приближенно учитывает часть общего изгибающего момента, воспринимаемого поясами.

Проверка окончательно выбранных геометрических размеров элементов балок (поясов и стенок) производится по формуле (14.2) и по формуле

$$\tau = Q S_{бр}/(J_{бр} \delta_c) \leq m_k R_{ср}, \quad (14.4)$$

где $S_{бр}$ — статический момент брутто полусечения относительно нейтральной оси; $J_{бр}$ — момент инерции сечения брутто. При изгибе в двух плоскостях

$$\sigma = M_x y/J_{xнт} \pm M_y x/J_{yнт} \leq m_k R_p. \quad (14.5)$$

Возможны и другие пути выбора высоты балки постоянного сечения, которая может быть определена как оптимальная с точки зрения минимума массы при обеспечении требуемого $W_{тр}$ по формуле (14.1). Полагая, что F — площадь сечения балки, F_n — площадь сечения пояса, имеем

$$F_n = 0,5 (F - h_c \delta_c). \quad (14.6)$$

Пренебрегая моментами инерции поясов (из-за малости) относительно их собственных осей, при $h_0 \approx h_c$ получим момент сопротивления двутавровой балки

$$W_{тр} = 2F_n \left(\frac{h_c}{2} \right)^2 \frac{2}{h_c} + \frac{\delta_c h_c^3}{12} \frac{2}{h_c} = F_n h_c + \delta_c h_c^2/6. \quad (14.7)$$

Из (14.6) выразим

$$F = 2W_{тр}/h_c + 2\delta_c h_c/3. \quad (14.8)$$

Приравнивая первую производную dF/dh_c нулю

$$dF/dh_c = -2W_{тр}/h_c^2 + 2\delta_c/3 = 0, \quad (14.9)$$

найдем оптимальную высоту симметричного сечения двутавровой балки постоянной жесткости

$$h_c^{opt} = \sqrt{3W_{тр}/\delta_c}. \quad (14.10)$$

Для коробчатой балки в формуле (14.10) δ_c — толщина двух стенок. Из (14.7) получим

$$F_{\Pi} = W_{\text{тр}}/h_c - \delta_c h_c/6. \quad (14.11)$$

С учетом выражения (14.10) при выборе оптимальной высоты

$$F_{\Pi} = \delta_c h_c/6 = F_c/6. \quad (14.12)$$

где F_c — площадь стенки двутавровой балки или площадь двух стенок коробчатой балки.

Следует отметить, что в случае назначения высоты балки, отклоняющейся от оптимальной в ту или другую сторону на 20 %, площадь поперечного сечения F (или масса) балки увеличивается лишь на несколько процентов. Выбор оптимальной высоты по формуле (14.10) предполагает предварительное определение толщины стенки δ_c , которая назначается на основе условий прочности (14.3), (14.4) и местной устойчивости (см. § 14.7). По технологическим требованиям толщина стенок принимается не менее 4—5 мм. В условиях повышенной коррозии минимальная толщина составляет 8 мм.

Пояс сварных балок представляет собой лист, максимальная толщина которого, исходя из требований хрупкой прочности, не должна превышать 50 мм для углеродистой стали и 40 мм — для низколегированной. На рис. 14.1, а, б даны соотношения размеров (b_0 , b' , b'') сжатых поясов балок из условия обеспечения их местной устойчивости при полном использовании материала по прочности (большие значения — для углеродистых сталей, меньшие — для низколегированных). Минимальное расстояние между стенками коробчатой балки зависит от технологии и условий сварки присоединения диафрагм. Балки, как правило, должны обладать также жесткостью в горизонтальной плоскости и на кручение. Для коробчатых мостов кранов принимают $l/b_1 \leq 60$ и $h_c/b_1 \leq 3,5$ (рис. 14.1, б), где l — пролет балки.

У широких и коротких балок нормальные напряжения в поясах, возникающие при изгибе, распределены по ширине их неравномерно [1]. Одним из путей создания балок пониженной металлоемкости является изменение сечения их, а следовательно, и момента сопротивления W по длине в соответствии с эпюрой изгибающих моментов. Переменная жесткость балки достигается путем уменьшения сечений поясов (ширины или толщины) и изменения высоты балки.

Соединение поясов составных балок со стенками осуществляется с помощью сварных угловых швов или уголков на заклепках. При отсутствии соединения пояса со стенкой они при поперечном изгибе сдвинулись бы относительно друг друга (рис. 14.2, а). Наличие же соединений препятствует сдвигу (рис. 14.2, б), в результате чего в них возникают касательные напряжения τ , направленные вдоль оси балки. Известно, что касательные напряжения в стенке по линии действия силы среза, передающейся с пояса на стенку, определяются по формуле

$$\tau = QS_{\Pi}/(J_c \delta_c), \quad (14.13)$$

где S_{π} — статический момент пояса относительно нейтральной оси.

Сдвигающее усилие T , приходящееся на единицу длины соединения,

$$T = \tau \delta_c = Q S_{\pi} / J_6. \quad (14.14)$$

Это усилие воспринимается двумя швами (рис. 14.2, в) с площадью среза, приходящейся на единицу длины, $F_{\text{ш}} = 2\beta h_{\text{ш}}$,

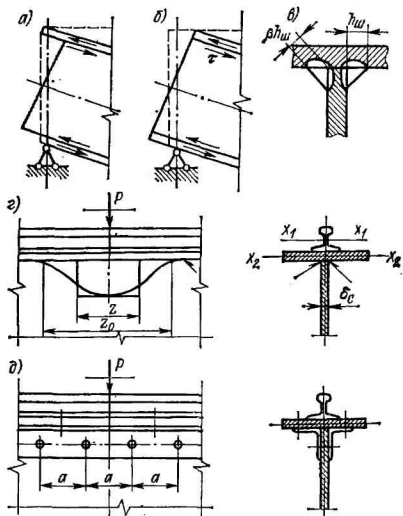


Рис. 14.2. Соединения пояса со стенкой

где $h_{\text{ш}}$ — катет сварного шва; β — коэффициент формы шва (см. § 13.1).

Проверка прочности сварных швов, соединяющих пояс балки со стенкой, производится по формуле

$$\tau = Q S_{\pi} / (J_6 2\beta h_{\text{ш}}) \leq R_y^{\text{св}} m_k. \quad (14.15)$$

Сварные поясные швы выполняются сплошными и одного катета по длине балки.

§ 14.2. Особенности расчета коробчатых балок с рельсом над стенкой и с рельсом посередине балки

В зонах приложения сосредоточенных сил имеют место заметные изменения напряженно-деформированного состояния элементов. К таким зонам относится узел сопряжения рельса с верхним поясом и стенкой. Применительно к коробчатым балкам

различают случаи расположения рельса над стенкой и между стенками.

В случае расположения рельса над стенкой балки действие подвижной сосредоточенной нагрузки от ходовых колес P приводит к неравномерному давлению на поясные швы и сжатию кромки вертикальной стенки. Характер эпюры давлений представлен на рис. 14.2, z , где z_0 — расстояние между нулевыми точками эпюры давления [1]. В предположении равномерного местного давления на условной длине

$$z = c \sqrt[3]{J_n / \delta_c}, \quad (14.16)$$

где коэффициент $c = 3,25$ — для сварных и прокатных и коэффициент $c = 3,75$ — для клепаных балок; J_n — сумма моментов инерции рельса и пояса одностенчатой балки относительно их собственных осей.

При расположении рельса над стенкой коробчатой балки при определении J_n в расчет вводится часть пояса шириной от наружного края до сечения, находящегося на расстоянии, равном $(10 \div 12) \delta_n$, от оси стенки внутрь балки (но не менее ширины подошвы рельса).

Местные напряжения сжатия на кромке вертикальной стенки равны

$$\sigma_m = P / (z \delta_c) = P / (c \delta_c \sqrt[3]{J_n / \delta_c}). \quad (14.17)$$

Формула (14.17) справедлива для сечений балки, не укрепленной ребрами.

При учете разгружающего влияния ребер напряжения сжатия кромки вертикальной стенки, воспринимающей сосредоточенную нагрузку P , будут меньше, чем по формуле (14.17) [1, 13]. Усилие V от сосредоточенной нагрузки P , приходящееся на единицу длины поясных швов,

$$V = \alpha P / z, \quad (14.18)$$

где α — коэффициент, принимаемый для сварных балок в зависимости от режима и условий работы крана, $\alpha = 1 \div 1,5$; для клепаных балок: а) при нагрузке по нижнему поясу или при нагрузке по верхнему поясу, когда стенка не пристрогана, $\alpha = 1$; б) при нагрузке по верхнему поясу, когда стенка пристрогана к нему, $\alpha = 0,4$.

Расчет на прочность сварных швов, воспринимающих усилия T и V , производится по формуле

$$\sqrt{T^2 + V^2} = \sqrt{(Q S_n / J_0)^2 + (\alpha P / z)^2} \leq 2 \beta h_{ш} R_y^{св} m_k. \quad (14.19)$$

При наличии полного провара стенки расчет сварных поясных швов производится на срез от действия силы T [см. формулу (14.14)] и на сжатие от силы V [см. формулу (14.18)]. В клепаных балках усилия T и V воспринимаются заклепками, которыми скрепляются уголки со стенкой (рис. 14.2, ∂). При шаге

заклепок a каждая заклепка воспринимает усилие $\sqrt{(Ta)^2 + (Va)^2}$, которое не должно превышать расчетного усилия заклепки срезом или смятию $N_{\text{ср}}^{\text{закл}} \text{ (см. формулы (13.6), (13.7))}$.

Шаг заклепок определяется из условия, что

$$a \leq m_{\text{к}} N_{\text{ср}}^{\text{закл}} / \sqrt{(QS_{\text{п}}/J_{\text{б}})^2 + (\alpha P/z)^2}. \quad (14.20)$$

Проверка местных напряжений сжатия кромки вертикальной стенки осуществляется с учетом формулы (14.17)

$$\sigma_{\text{м}} \leq m_{\text{к}} R_{\text{сж}} \quad (14.21)$$

При передаче на стенку давлений от ходовых колес сварные поясные швы следует проваривать на всю толщину стенки. При этом в зависимости от способа сварки назначается скос кромок. Такая технология позволяет избежать непроваров, подрезов и других дефектов между стенкой и поясом. Смещение оси рельса (особенно у одностенчатых балок) приводит к внецентренному нагружению части стенки, кручению пояса и изгибу стенки. Неблагоприятное сочетание указанных факторов способствует возникновению и развитию усталостных разрушений.

В коробчатых балках с рельсом посередине (второй случай) в качестве опор устанавливаются дополнительные короткие (малые) диафрагмы (см. рис. 14.1, ∂), которые вместе с большими осуществляют передачу усилий на стенки балки. Рельс рассматривается как неразрезная балка с опиранием на диафрагмы. Напряжения в нем приближенно (без учета влияния поясного листа) определяются как

$$\sigma_{\text{р}} = M/W_x^{\text{мин}} = Pl/(6W_x^{\text{мин}}) \leq [\sigma_{\text{р}}], \quad (14.22)$$

где P — наибольшее давление ходового колеса; l — расстояние между соседними диафрагмами; $W_x^{\text{мин}}$ — наименьший момент сопротивления сечения рельса; $[\sigma_{\text{р}}]$ — допускаемое напряжение растяжения в подошве рельса, $[\sigma_{\text{р}}] = 270 \text{ МПа}$ — для рельсов Р43 и более тяжелых, $\sigma_{\text{р}} = 230 \text{ МПа}$ — для более легких. Для крайних участков рельса (возле незаваренных стыков) в формуле (14.22) вместо $1/6$ надо принять $1/5$.

Поясной лист деформируется совместно с рельсом и изгибается вдоль и поперек балки. Расчетная схема его представляет собой схему тонкой пластинки, опертой в местах примыкания стенок и диафрагм. Приближенно из равенства кривизны рельса как балки и кривизны пояса как пластины имеем $M_{\text{р}}/(EJ_{\text{р}}) = M_{\text{п}}(1 - \mu^2)/(EJ_{\text{п}})$, откуда $M_{\text{п}} = M_{\text{р}}J_{\text{п}}/[l(1 - \mu^2)J_{\text{р}}]$, где $M_{\text{р}}$, $M_{\text{п}}$ — изгибающие моменты в рельсе и поясе соответственно; $J_{\text{р}}$ — момент инерции рельса; $J_{\text{п}}$ — момент инерции пояса; $\mu = 0,3$ — коэффициент Пуассона.

Далее определяются местные напряжения в продольном направлении $\sigma'_z = M_{\text{п}}\delta_{\text{п}}/(J_{\text{п}}2) = Pl\delta_{\text{п}}/[12(1 - \mu^2)J_{\text{р}}]$. Приближенное определение $[1]$ местных напряжений в поперечном направлении σ'_y можно производить на основе равенства прогибов про-

дольных и поперечных балок-полосок в середине пояса. Общее выражение прогиба в продольном направлении от силы N , проходящей на пояс, $f_x = Nl^3/(kEJ) = M_n l^2/(k'EJ_c) = 2\sigma'_x l^2/(k'E\delta)$, где l — расстояние между соседними диафрагмами; k, k' — коэффициенты, определяемые условиями опирания. Если k и k' одинаковы, то $\sigma'_x = \sigma'_y l^2/b_1^2 = M_n \delta_n l^2/(2J_n b_1^2)$, где b_1 — расстояние между вертикальными стенками коробчатой балки. Гастящие напряжения σ'_y могут вызывать усталостные трещины.

§ 14.3. Конструкции и расчет стыков балок

Стыки балок делятся на заводские и монтажные. Первые выполняются вследствие существующих ограничений на длины проката. Вторые определяются возможностями транспортировки и монтажа.

В монтажных стыках, как правило, все элементы соединяются в одном сечении. Соединение элементов (листов) сварных балок следует выполнять встык, избегая накладок, с применением двусторонней или односторонней (для стенок) сварки. Концы стыковых швов выводятся на приварные планки, удаляемые после остывания заготовок. Монтажные соединения балок осуществляются с помощью высокопрочных или точеных болтов, клепки. Условия сварки при монтаже не позволяют обеспечить качества соединений, получаемого в заводских условиях, и поэтому, как правило, сварка не применяется.

Расчет соединений (болтовых, заклепочных) производится на усилия, передаваемые соответствующим элементом балки. Так, при изгибе сечения моментом M (из условий одинаковой кривизны у балки и у стенки), стенкой (или двумя стенками) и поясами передаются моменты M_c и M_n , равные:

$$M_c = MJ_c/J_0; \quad M_n = MJ_n/J_0. \quad (14.23)$$

Осевое усилие, передаваемое поясами, определяется как $F = M_n/h'$, где h' — расстояние между центрами тяжести поясов (см. рис. 14.1, б). Поперечная сила Q , действующая в стыке, передается на стенку. Расчет некоторых типовых стыков дан в § 13.2. Для стыков ответственных балочных конструкций предпочтительным является расчет по равнопрочности, при котором момент, действующий на балку, $M = WR_p m_n$.

§ 14.4. Кручение балок

Балки (стержни) металлических конструкций ПТМ относятся к числу тонкостенных, основные размеры которых (толщина δ , длина контура поперечного сечения s , длина оси стержня l) разного порядка. Тонкостенные стержни имеют сечение открытого или замкнутого типа (см. рис. 14.1, а—в). С точки зрения расчета тонкостенный стержень может рассматриваться и как оболочка. Известные из курса «Сопротивление материалов» формулы, свя-

занные с растяжением, изгибом, кручением, в основном справедливы и для тонкостенных стержней. Подсчитанные с помощью этих формул напряжения дают значения основных напряжений. Вместе с тем вследствие отмеченных геометрических соотношений тонкостенный стержень (балка) открытого типа обладает особыми свойствами [15].

Применительно к тонкостенным профилям вводятся новые геометрические характеристики: S_ω — секториально-статический момент, см^4 , $S_\omega = \int_F \omega dF$; S_{ω_x} , S_{ω_y} — секториально-линейные моменты площади, см^5 , $S_{\omega_x} = \int_F x \omega dF$, $S_{\omega_y} = \int_F y \omega dF$; J_ω — сек-

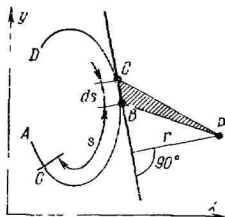


Рис. 14.3. Секториальная площадь сечения

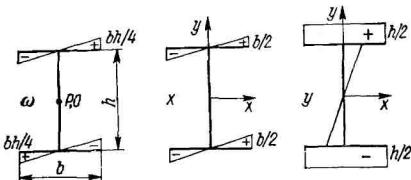


Рис. 14.4. Эпюры ω , x , y для двутаврового сечения

ториальный момент инерции, см^6 , $J_\omega = \int_F \omega^2 dF$. При постоянной толщине контура δ эти характеристики имеют вид: $S_\omega = \delta \int_s \omega ds$; $S_{\omega_x} = \delta \int_s x \omega ds$; $S_{\omega_y} = \delta \int_s y \omega ds$; $J_\omega = \delta \int_s \omega^2 ds$. Они строятся на основе понятия секториальной площади ω .

На рис. 14.3 показаны средняя линия контура поперечного сечения AD , начало отсчета O дуги s , элементарный отрезок ds , полюс P . Элементарная секториальная площадь $d\omega$ равна удвоенной площади треугольника PBC , $d\omega = r ds$, где r — расстояние от полюса до касательной к линии контура в точке B . Секториальная площадь в точке B равна $\omega = \int_0^s r ds$. Вращение радиус-век-

тора PB по часовой стрелке дает приращение $d\omega$ с плюсом, против часовой стрелки — с минусом.

На рис. 14.4 построены эпюры ω и координат x и y для двутаврового сечения, имеющего две оси симметрии. Показаны полюс P , начало отсчета O . Начало координат системы принято совпадающим с центром тяжести сечения. Для подобных контуров, имеющих прямолинейные участки, при вычислении секториальных характеристик можно применять способ Верещагина (см. § 5.5).

При поперечном изгибе тонкостенного стержня основные нормальные напряжения σ определяются так же, как и для сплошного бруса. Касательные напряжения

$$\tau_Q = Q_x S_y^* / (J_y \delta) + Q_y S_x^* / (J_x \delta), \quad (14.24)$$

где Q_x , Q_y — составляющие поперечной силы по главным осям x и y ; S_x^* , S_y^* — статические моменты относительно осей x и y отсеченной части сечения. Касательные напряжения τ_Q предполагаются равномерно распределенными по толщине сечения δ . Сечения тонкостенных стержней помимо центра тяжести имеют еще одну особую точку — центр изгиба, относительно которой момент касательных сил в сечении при поперечном изгибе равен нулю. При этом момент внешних сил относительно центра изгиба

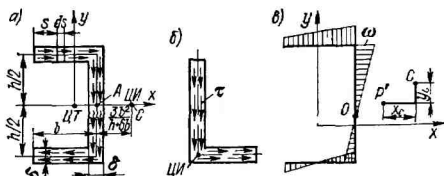


Рис 14.5 Центр изгиба (ЦИ) тонкостенного стержня

должен быть равен нулю. Другими словами, равнодействующая поперечных сил в этом случае проходит через эту точку. Для профиля типа швеллера (рис. 14.5, а) в точке А имеем

$$M_A = 2 \frac{h}{2} \int_0^b \tau_Q \delta ds. \quad (14.25)$$

Касательные напряжения в полках в соответствии с выражением (14.24), в котором полагаем $Q_x = 0$, $J_x = h^2 \delta (h + 6b) / 12$, $S_x^* = h \delta s / 2$, равны

$$\tau_{Q_n} = 6 Q_y S_x^* / [h \delta (h + 6b)]. \quad (14.26)$$

В стенке

$$\tau_{Q_c} = 6 Q (bh + h^2/4 - y^2) / [h^2 \delta (h + 6b)]. \quad (14.27)$$

Касательные напряжения показаны на рис. 14.5, а. После подстановки значения τ_{Q_n} из формулы (14.26) в (14.25) и интегрирования получим $M_A = Q_y 3b^2 / (h + 6b)$. Следовательно, центр изгиба (ЦИ) С находится на расстоянии $3b^2 / (h + 6b)$ от средней линии стенки. Для сечений с двумя осями симметрии (двутавр, коробчатый профиль и т. п.) центр изгиба совпадает с центром тяжести (ЦТ) сечения. Для углового профиля (рис. 14.5, б) он находится в точке пересечения средних линий стенки и полки.

Если момент от внешних сил относительно центра изгиба не равен нулю, то стержень будет испытывать не только изгиб, но еще и кручение. Поэтому при определении внутренних силовых факторов приведение касательных сил в сечении следует осуществлять не к центру тяжести, а к центру изгиба.

В общем случае для тонкостенного стержня произвольного профиля координаты центра изгиба определяются на основе следующих выражений (рис. 14.5, в):

$$x_c = - \int_F y \omega' dF J_x, \quad y_c = \int_F x \omega' dF J_y,$$

где x, y — система главных центральных осей координат; ω' — секториальная площадь при произвольном полюсе P' ; x_c, y_c — расстояния координат между центром изгиба C и полюсом P' .

Различают чистое (свободное) и стесненное кручения. В первом случае в поперечных сечениях стержня возникают только касательные напряжения τ_1 , одинаковые для всех сечений. Поперечные сечения, поворачиваясь одно относительно другого, свободно деформируются в направлении оси стержня. При кручении тонкостенных стержней имеют место и относительный поворот сечений, и искривление (депланация) их из своей плоскости. При свободном кручении депланации сечений по длине элемента одинаковы. В открытом профиле максимальные касательные напряжения τ_1 возникают у наиболее толстого элемента в крайнем волокне

$$\tau_{1 \max} = M_k \delta_{\max} / J_k, \quad (14.28)$$

где

$$J_k = \gamma \sum h \delta^3 / 3. \quad (14.29)$$

Здесь J_k — момент инерции сечения при свободном кручении; h и δ — высота (ширина) и толщина прямоугольников, из которых составлен профиль; $\gamma = 1,4$ — поправочный коэффициент для сварных балок. Для балок замкнутого профиля (см. рис. 14.1, б)

$$\tau_{1 \max} = M_k / (2F \delta_{\min}), \quad (14.30)$$

где $F = b_1 h'$

Балки с замкнутым профилем хорошо сопротивляются кручению, а с открытым профилем — плохо.

Анализ кручения стержня открытого профиля [15] на основе гипотезы жесткого контура поперечного сечения дает зависимость продольного перемещения, т. е. депланации W поперечного сечения, от секториальной площади ω

$$W = -\theta \omega, \quad (14.31)$$

где θ — относительный угол закручивания.

Если депланация переменна вдоль оси стержня z , то в поперечных сечениях возникают нормальные напряжения

$$\sigma_z = E \varepsilon = E (dW/dz) = -E \omega (d\theta/dz). \quad (14.32)$$

При этом возникают вторичные касательные напряжения τ_2 в поперечных сечениях стержня

$$\tau_2 = \frac{E}{\delta} \frac{d^2\theta}{dz^2} \int_{F^*} \omega dF = \frac{E}{\delta} \frac{d^2\theta}{dz^2} S_{\omega}^{\text{отс}}, \quad (14.33)$$

где $S_{\omega}^{\text{отс}}$ — секториально-статический момент отсеченной части сечения. Вторичные касательные напряжения τ_2 по толщине профиля распределены равномерно. При свободном кручении, когда нет ограничений деформации, $\sigma_2 = 0$ и $\tau_2 = 0$, а угол

$$\theta = M_K / (GJ_K), \quad (14.34)$$

где J_K для одностенчатых балок определяется по (14.29), а для сварных коробчатых — как

$$J_K = 4F^2 / (\sum s/\delta). \quad (14.35)$$

Здесь s — длина стороны периметра; $\sum s/\delta$ — значение, определяемое по всей длине замкнутой осевой линии. Стесненное кручение возникает при наличии препятствий деформации сечений, например в местах заделки стержней. При удалении от этих сечений относительный угол закручивания θ и деформация W возрастают. В этом случае $d\theta/dz \neq 0$ и $\sigma_2 \neq 0$. Вторичные напряжения носят местный характер и быстро затухают по мере удаления от мест стеснения. Нормальные напряжения в сечениях образуют самоуравновешенную систему сил, что соответствует:

$$\int_F \sigma_2 y dF = 0; \quad \int_F \sigma_2 x dF = 0; \quad \int_F \sigma_2 dF = 0. \quad (14.36)$$

С учетом (14.32) эти выражения имеют вид:

$$\int_F \omega y dF = 0; \quad \int_F \omega x dF = 0; \quad (14.37)$$

$$\int_F \omega dF = 0. \quad (14.38)$$

Эпюра ω , построенная при центре изгиба как при полюсе [см. формулу (14.37)] и удовлетворяющая условию (14.38), называется главной секториальной площадью. Внешний крутящий момент рассматривается как сумма

$$M_K = M_1 + M_2, \quad (14.39)$$

где M_1 — момент от основных касательных напряжений; M_2 — момент от вторичных касательных напряжений τ_2 , $M_2 = M_{\omega}$.

Дифференциальное уравнение стесненного кручения имеет вид

$$d^2\theta/(dz^2) - \alpha^2\theta = -\alpha^2 M_K / (GJ_K), \quad (14.40)$$

решение его дает

$$\theta = C_1 \operatorname{sh} \alpha z + C_2 \operatorname{ch} \alpha z + \theta^*, \quad (14.41)$$

где

$$\alpha^2 = GJ_K / (EJ_{\omega}); \quad (14.42)$$

θ^* — частное решение уравнения (14.40); C_1, C_2 — постоянные, определяемые из граничных условий.

В теории тонкостенных стержней применяется новая силовая характеристика — изгибно-крутящий бимомент

$$B = \int_F \sigma_z \omega dF = -EJ_\omega (d\theta/dz). \quad (14.43)$$

Бимомент является самоуравновешенным фактором ($\text{Н} \cdot \text{см}^2$). Эпюры крутящих моментов M_K, M_ω , бимомента B для некоторых частных случаев приведены в работе [13]. Из сопоставления (14.43) с (14.32) получим

$$\sigma_z = \sigma_\omega = B\omega/J_\omega. \quad (14.44)$$

Для общего случая нагружения тонкостенного стержня открытого профиля, воспринимающего продольное усилие, поперечный изгиб и кручение, имеем четырехчленные формулы В. З. Власова:

$$\sigma_z = N_z/F + M_x y/J_x + M_y x/J_y + B\omega/J_\omega; \quad (14.45)$$

$$\tau = \frac{Q_y S_x^*}{J_x \delta} + \frac{Q_x S_y^*}{J_y \delta} + \frac{M_1 \delta}{J_K} - \frac{M_\omega S_\omega^{\text{отс}}}{J_\omega \delta}. \quad (14.46)$$

Для замкнутых профилей (см. рис. 14.1, б, в) вместо ω используют обобщенную секториальную площадь сечения $\bar{\omega} = \omega - \omega_K s'/s'_K$, где ω — секториальная площадь в данной точке; ω_K — удвоенная площадь, ограниченная средней линией контура; s'_K — приведенный периметр профиля, $s'_K = \sum (s/\delta)$; s' — приведенная длина стороны периметра s . Для коробчатой балки (см. рис. 14.1, б)

$$\bar{\omega} = \omega - \frac{2b_1 h'}{\sum (s/\delta)} \frac{s}{\delta}. \quad (14.47)$$

Координата центра изгиба (см. рис. 14.1, б) для прямоугольного коробчатого профиля в случае равенства толщин поясов определяется приближенно:

$$x_K = J_2 b_1 / (J_1 + J_2) = \delta_2 b_1 / (\delta_1 + \delta_2), \quad (14.48)$$

где J_1, J_2 — моменты инерции стенок относительно собственных центральных осей; δ_1, δ_2 — толщины стенок [1].

При кручении открытых профилей напряжение $\sigma_z = \sigma_\omega$ существенно и сравнительно мало для замкнутых профилей. Касательные же напряжения $\tau_z = \tau_\omega$ в крановых балках открытого профиля обычно значительно меньше касательных напряжений τ_1 , обусловленных свободным кручением. Их можно не учитывать. В замкнутых же профилях в сечениях вблизи стеснения они соизмеримы с τ_1 .

§ 14.5. Стесненный изгиб тонкостенных балок замкнутого профиля

При изгибе коробчатых тонкостенных балок поперечные сечения испытывают сдвиги. В тех случаях, когда эти сдвиги стеснены (например, в заделке или в середине двухопорной балки), плоский закон распределения нормальных напряжений нарушается. Возникают взаимоуравновешенные по сечению вторичные нормальные напряжения $\sigma_{вт}$, которые вызваны деформацией элементов изгибаемого стержня. При этом суммарные нормальные напряжения по ширине поясов балок не остаются постоянными, а по высоте стенок изменяются нелинейно (рис. 14.6, а). Такое явление носит название стесненного изгиба. Основы теории стесненного изгиба развиты С. Н. Каном.

Напряжение в поясе у стенки выше, чем в средней части [1].

Перенапряжение (рис. 14.6, б) зависит от отношения ширины пояса к пролету. При стесненном изгибе напряжения в углах балки коробчатого сечения

$$\sigma = \sigma_1 (1 + \varphi), \quad (14.49)$$

где $\sigma_1 = My/J_x$ — напряжения в поясах при свободном изгибе; φ — коэффициент, характеризующий перенапряжения угловых волокон. Значение φ изменяется по длине двухопорной балки

$$\varphi = 0,875 \frac{b \operatorname{sh}(4z/b)}{z \operatorname{ch}(2l/b)}, \quad (14.50)$$

где b и l — ширина и пролет балки; z — расстояние от опоры балки. В середине балки при $z = l/2$ и $\operatorname{sh}(2l/b) \approx \operatorname{ch}(2l/b)$, где стеснены деформации, имеем $\varphi_{\max} \approx 1,75b/l$.

§ 14.6. Общая устойчивость балок

При нагружении балки, работающей на изгиб в плоскости наибольшей жесткости, может возникнуть явление потери общей устойчивости (рис. 14.7). Сжатый пояс балки выпучивается в боковом направлении, и возникает кручение. Балка теряет плоскую форму изгиба. Нагрузка и нормальные напряжения, соответствующие моменту потери устойчивости, называются критическими. Расчет общей устойчивости балки основан на явлении потери устойчивости сжатой части балки как центрально-сжатого стержня. Критическая сила для балок симметричного профиля,

у которых совпадают центр изгиба и центр тяжести, определяется в виде

$$P_{кр} = k \sqrt{BC}/l^2, \quad (14.51)$$

где k — коэффициент, зависящий от вида нагрузки, места ее нахождения (на верхнем или нижнем поясе), от геометрических параметров балки, от условий закрепления ее на опорах; B — жесткость балки при изгибе относительно вертикальной оси, $B = EJ_y$; C — жесткость балки при кручении, $C = GJ_K$, где J_K — момент инерции при чистом кручении; l — свободная длина сжатого пояса (расстояние между его закреплениями в горизонтальной плоскости).

При учете стесненно-го кручения (см. § 14.4)

$$C = GJ_K + \pi^2 EJ_\omega / l^2.$$

Критическое напряжение $\sigma_{кр}$ имеет вид [1]

$$\sigma_{кр} = k_1 (J_y/J_x) (h/l)^2, \quad (14.52)$$

где h — высота сечения балки; k_1 — величина, определяемая характером нагрузки, Па. В том случае, если по формуле (14.52) значение $\sigma_{кр}$ получается больше $\sigma_{пк}$ (предела пропорциональности), то оно рассматривается как условное. Для нахождения действительного $\sigma_{кр}$ пользуются зависимостью Ясинского на основе допущения о качественной аналогии при потере устойчивости изгибаемой балки и центрально-сжатого стержня. Проверка балки на общую устойчивость производится по формуле

$$\sigma = M/W_{бр} \leq \varphi_b m_k R_p, \quad (14.53)$$

где M и $W_{бр}$ — изгибающий момент и момент сопротивления сечения брутто, соответствующие сжатому поясу, в плоскости наибольшей жесткости; φ_b — коэффициент снижения напряжений при потере устойчивости изгибаемых элементов, $\varphi_b = \sigma_{кр}/\sigma_r$. Для балок с симметричным двутавровым сечением

$$\varphi_b = \psi (J_y/J_x) (h/l)^2 10^3, \quad (14.54)$$

где коэффициенты φ_b и ψ определяются в зависимости от параметра $\alpha = 1,64 (J_K/J_y) (l/h)^2$; в табличной форме они приводятся в работе [13].

На значения критических напряжений и φ_b большое влияние оказывает расположение нагрузки: на верхнем или нижнем поясе. В первом случае момент, возникающий при закручивании балки,

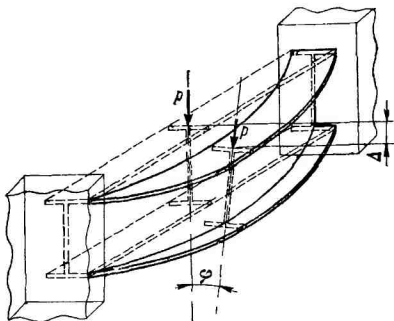


Рис. 14.7. Изгибно-крутильная форма потери общей устойчивости балки

способствует увеличению деформации кручения, во втором же случае — препятствует. Проверка устойчивости балок швеллерного сечения осуществляется так же, как и для двутавра, но при этом φ_b умножается на 0,5 в случае приложения нагрузки в главной плоскости, параллельной стенке, или на 0,7 — при приложении нагрузки в плоскости стенки.

При действии на балку системы сосредоточенных грузов (давлений ходовых колес тележки), а также для учета веса балки эти нагрузки надо привести к эквивалентной с точки зрения устойчивости плоской формы изгиба [1]. С целью увеличения устойчивости балки в ряде случаев ее сжатый пояс выполняют более мощным, чем растянутый. Другой путь обеспечения устойчивости — подкрепление в горизонтальной плоскости сжатого пояса с помощью настила или фермы. Проверки общей устойчивости не требуется: при наличии настила, опирающегося на сжатый пояс; для двутавровых балок из стали марок Ст3, Ст4 при соотношении $l/b \leq 15$ (l — длина балки; b — ширина сжатого пояса) и нагрузке по верхнему поясу, а при нагрузке по нижнему — при $l/b \leq 24$. Для балок из низколегированных сталей указанные цифры будут примерно на 20 % меньше. Для балок замкнутого сечения (коробчатого и т. п.) общая устойчивость, как правило, обеспечена вследствие большого значения J_K .

§ 14.7. Местная устойчивость элементов балок

По первому предельному состоянию для элементов малых толщин (стенок, поясов) необходима проверка несущей способности их по местной устойчивости. Потеря местной устойчивости отдельных зон сопровождается выплыванием их из плоскости. Расчет пластинок на устойчивость имеет важное значение с позиций металлоемкости изделия в целом. Сопротивление стенок и поясов потере местной устойчивости возрастает при установке ребер жесткости или диафрагм (см. рис. 14.1, г, д, 14.8), которые разделяют элементы балки на отдельные зоны (пластинки), получающиеся меньших размеров. Они могут терять устойчивость независимо одна от другой. В зависимости от места нахождения отдельной пластинки в балке она может испытывать нормальные напряжения от изгиба или от осевого сжатия, касательные напряжения, напряжения местного сжатия, а также их сочетания.

Так, при рассмотрении шарнирно опертой по концам балки (рис. 14.8, а), воспринимающей поперечный изгиб в вертикальной плоскости, можно отметить, что отдельные части стенки находятся под воздействием различных напряжений: на участках, примыкающих к опорам (рис. 14.8, б), в стенках возникают преимущественно касательные напряжения ($\tau_{\max}$, $\sigma \approx 0$), а в середине пролета — главным образом нормальные напряжения сжатия от изгиба. В промежуточных отсеках (участках) в стенке имеют место как нормальные, так и касательные напряжения ($0 < \sigma < \sigma_{\max}$, $0 < \tau < \tau_{\max}$). При наличии на верхнем поясе местных нагрузок

(неподвижных и подвижных) в зонах их приложения в стенке возникают местные напряжения сжатия, определение которых производится по формуле (14.17). В верхнем поясе балки (а для консолей — в нижнем) отдельные пластинки находятся под действием нормальных напряжений осевого сжатия. Пластика (стенки или пояса) в зависимости от вида напряженного состояния, геометри-

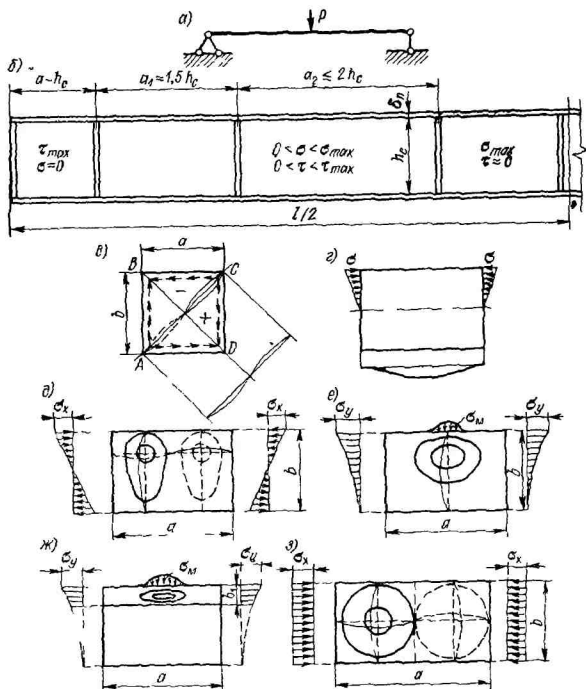


Рис. 14.8 Местная устойчивость элементов балки при поперечном изгибе

ческих параметров ее и кинематических условий опирания по контуру может потерять устойчивость. Так, расчетными геометрическими размерами пластинки стенки (отсека) являются: a — расстояние между осями поперечных ребер жесткости (диафрагм); h_r и δ_c — высота и толщина стенки. Способы закрепления контура пластинок (рис. 14.9) подразделяются на свободное опирание или шарнирное закрепление (стороны $ав$, $бг$); упругое заземление (сторона $аб$); свободная сторона ($вг$) контура.

Напряжения, при которых происходит потеря устойчивости отдельной пластинки, называются критическими. Методы расчета устойчивости пластинок излагаются в теории пластинок и теории устойчивости. На рис. 14.8, в—з показаны схемы выпучивания пластинок в случае потери устойчивости при различных видах напряженного состояния.

Для опорных отсеков (см. рис. 14.8, б, в), где определяющими силовыми факторами являются поперечные силы, пластинка стенки между поясами и двумя поперечными ребрами жесткости (или диафрагмами), поставленными на всю высоту стенки, рассматривается в условиях равномерного сдвига. В направлении диагонали AC пластинка сжимается, а в направлении BD — растягивается. Сжимающие усилия при достижении критических значений приводят к выпучиванию ее из плоскости. При учете упругого защемления прямоугольной пластинки в поясах и равномерном распределении касательных напряжений вдоль сторон критические касательные напряжения равны

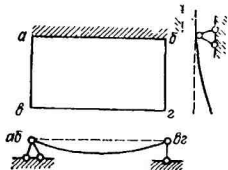


Рис. 14.9. Виды закрепления контура пластинки

$$\tau_{кр} = [1250 + 950 (b/a)^2] (\delta/b)^2 10^3 \text{ МПа}, \quad (14.55)$$

где a и b — большая и меньшая стороны пластинки.

Запас местной устойчивости $n_0 = \tau_{кр}/\tau \geq n$, где n — запас по прочности.

Касательные напряжения определяются как средние

$$\tau = Q/(h_c \delta_c), \quad (14.56)$$

где Q — среднее значение поперечной силы в пределах рассматриваемого отсека. Если значение a очень велико, т. е. ребра жесткости устанавливаются только на опорах балки, меньшая сторона $b = h_c$ и

$$\tau_{кр} = 125 \cdot 100^2 / (h_c / \delta_c)^2 \text{ МПа}. \quad (14.57)$$

Определим гибкость стенки $k_c = h_c / \delta_c$, при которой напряжение $\tau_{кр}$ может достигнуть предела текучести τ_t . Для Ст3

$$\tau_{кр} = \tau_t = 0,6\sigma_t = 0,6 \cdot 240 = 144 \text{ МПа}. \quad (14.58)$$

Подставив $\tau_{кр}$ из формулы (14.58) в (14.57), получим, что стенку из Ст3 можно не укреплять ребрами жесткости, если $k_{кр} = h_c / \delta_c = \sqrt{125 \cdot 100^2 / 144} = 90$. Другими словами, при $h_c / \delta_c < 90$ стенка под нагрузкой достигнет текучести от касательных напряжений раньше, чем потеряет устойчивость. С учетом того, что в стенках балок все же имеются нормальные напряжения, которые снижают их устойчивость, а также возможно наличие погнутости листа, критическая гибкость принимается с некоторым запасом

При этом стенка должна укрепляться поперечными ребрами жесткости при

$$h_c/\delta_c > 70 \sqrt{210/R}, \quad (14.59)$$

где R — расчетное сопротивление стали, МПа. Для углеродистой стали условие (14.59) соответствует $h_c/\delta_c > 70$, а для низколегированной — $h_c/\delta_c > 55 \div 60$.

В опорных отсеках часто принимают $a \approx h_c$. Предельное расстояние между ребрами жесткости (или большими диафрагмами) обычно составляет $a_{\max} = 2h_c$ при $h_c/\delta_c > 100$ и $a_{\max} = 2,5h_c$ при $h_c/\delta_c \leq 100$. Для отсеков, где определяющими являются нормальные напряжения от изгиба (см рис. 14.8, з), а влиянием поперечной силы можно пренебречь, пластинка (часть стенки) между поясами и ребрами жесткости может рассматриваться в условиях чистого изгиба. При $b = h_c$ критическое напряжение в соответствии со схемой на рис. 14.8, з при защемлении стенки в поясах одностенчатой балки

$$\sigma_{кр} = k_0 (\delta_c/h_c)^2 10^3 \text{ МПа}, \quad (14.60)$$

где k_0 — коэффициент, зависящий от значения γ и учитывающий степень упругого защемления стенки в поясах [13];

$$\gamma = ch_{\pi}/h_c (\delta_{\pi}/\delta_c)^3, \quad (14.61)$$

где $c = \infty$, $c = 2$ — значения коэффициента, когда рельсы приварены и нагрузка на сжатом поясе, а также при непрерывном опирании на сжатый пояс настила и когда рельсы не приварены, соответственно, $c = 0,8$ во всех остальных случаях; b_{π} и δ_{π} — ширина и толщина сжатого пояса. Так, для коробчатых балок или при непрерывном опирании настила на сжатый пояс одностенчатой балки

$$\sigma_{кр} = 7460 (\delta_c/h_c)^2 10^3 \text{ МПа}. \quad (14.62)$$

Залас местной устойчивости $n_0 = \sigma_{кр}/\sigma \geq n$. Краевое напряжение $\sigma = My/J_x$ вычисляется по сечению брутто для среднего значения изгибающего момента по длине отсека, если она не превосходит его высоты. В противном случае σ определяется по среднему значению момента для наиболее нагруженного участка отсека с длиной, равной высоте h_c .

Определим значения критической гибкости $k_{кр} = h_c/\delta_c$, при которой $\sigma_{кр} = \sigma_T = 240$ МПа (для стали Ст3). Из выражения (14.60), полагая $k_0 = 6300$, получим

$$h_c/\delta_c \leq 100 \sqrt{630/240} \approx 162. \quad (14.63)$$

Приближенно принимают для стали Ст3 $k_{кр} = h_c/\delta_c = 160$, а для других сталей $h_c/\delta_c = 160 \sqrt{210/R}$. Для низколегированных сталей $h_c/\delta_c \leq 135 \div 145$. Возможность принятия больших значений h_c/δ_c см. в работе [1].

С целью обеспечения местной устойчивости стенки при действии нормальных напряжений ее укрепляют продольным ребром

жесткости (см. рис. 14.1, з), расположенным в сжатой зоне на расстоянии $(0,2 \div 0,25) h_c$ от края листа. Для высоких балок в ряде случаев необходима установка второго продольного ребра. Если первое установлено на расстоянии $0,2 h_c$ от края листа, то в условиях чистого изгиба следует рассматривать среднюю часть стенки высотой $0,6 h_c$. Условие, при котором второго продольного ребра не требуется, для стали Ст3 имеет вид с учетом (14.63) $0,6 h_c / \delta_c \leq 160$ или $h_c / \delta_c \leq 265$. Для низколегированных сталей $h_c \leq (225 \div 240) \delta_c$.

При наличии двух ребер первое ставится на расстоянии $(0,15 \div 0,20) h_c$, а второе — на расстоянии $(0,32 \div 0,40) h_c$ от сжатого

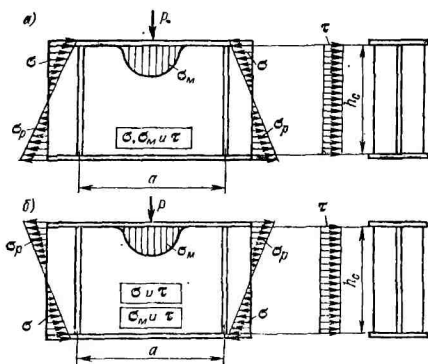


Рис. 14.10. Схема балки, укрепленной поперечными основными ребрами жесткости: а — сосредоточенный груз приложен к сжатому поясу; б — то же к растянутому поясу

края стенки. Для тех зон тонких стенок, для которых необходим учет и нормальных, и касательных напряжений (см. рис. 14.8, б), используется зависимость между критическими напряжениями в виде уравнения окружности

$$(\sigma_{\text{кр}} / \sigma_{\text{кр}})^2 + (\tau_{\text{кр}} / \tau_{\text{кр}})^2 = 1, \quad (14.64)$$

где $\sigma_{\text{кр}}$, $\tau_{\text{кр}}$ — критические напряжения при совместном действии нормальных и касательных напряжений. Критические напряжения $\tau_{\text{кр}}$ и $\sigma_{\text{кр}}$ определяются по формулам (14.55) и (14.60). Так как фактические напряжения $\sigma \leq \sigma_{\text{кр}}$, $\tau \leq \tau_{\text{кр}}$, при расчете должно выполняться условие

$$\sqrt{(\sigma / \sigma_{\text{кр}})^2 + (\tau / \tau_{\text{кр}})^2} \leq 1. \quad (14.65)$$

По формуле (14.65) производится проверка местной устойчивости стенок, укрепленных только поперечными ребрами жесткости (рис. 14.10). При этом местные напряжения отсутствуют

($\sigma_m = 0$). Действие местного напряжения сжатия в стенке, вызванное сосредоточенным грузом [см. формулу (14.17)], также может привести к потере устойчивости пластинки (см. рис. 14.8, е, ж). Критические напряжения в этом случае равны

$$\sigma_{m, \text{кр}} = k_1 (\delta_c/a)^2 10^3 \text{ МПа.} \quad (14.66)$$

Коэффициент k_1 [1, 13] зависит от отношения a/h_c и величины γ [см. формулу (14.61)].

Устойчивость стенки при наличии местных напряжений проверяется в зависимости от установки поперечных и продольных ребер жесткости (см. рис. 14.10, 14.11). Устойчивость стенок балок симметричного сечения, укрепленных только поперечными

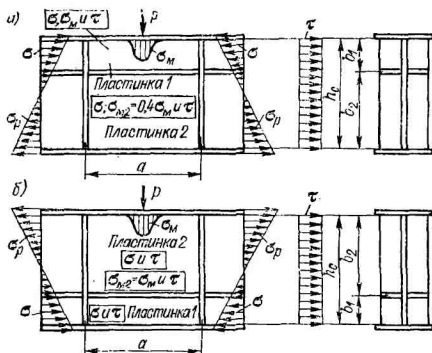


Рис. 14.11. Схема балки, укрепленной поперечными основными ребрами жесткости и одним продольным ребром жесткости: а — сосредоточенный груз приложен к сжатому поясу; б — то же к растянутому поясу

основными ребрами жесткости (см. рис. 14.10), в случае действия местных напряжений σ_m проверяется по следующим формулам:

$$n_0 = [(\sigma/\sigma_{кр} + \sigma_m/\sigma_{m, \text{кр}})^2 + (\tau/\tau_{кр})^2]^{-1/2} \geq n; \quad (14.67)$$

$$\sqrt{(\sigma/\sigma_{кр} + \sigma_m/\sigma_{m, \text{кр}})^2 + (\tau/\tau_{кр})^2} \leq m_k, \quad (14.68)$$

где коэффициент $m_k = 0,9$. Формула (14.67) соответствует методу допускаемых напряжений, формула (14.68) — методу предельных состояний. Возможны различные комбинации учета σ , σ_m и τ (см. рис. 14.10, а) или σ и τ и σ_m и τ (см. рис. 14.10, б). В коробчатых балках, если рельс не расположен над стенкой, принимается $\sigma_m = 0$. Значения σ_m , τ и $\tau_{кр}$ определяются соответственно по формулам (14.17), (14.56) и (14.55). Значения $\sigma_{кр}$ и $\sigma_{m, \text{кр}}$ зависят от соотношений a/h_c , σ_m/σ , γ .

В стенке балки симметричного сечения, укрепленной поперечными основными ребрами и одним продольным ребром жесткости,

расположенным на расстоянии b_1 от расчетной (сжатой) границы отсека (рис. 14.11), обе пластинки (1 и 2) проверяются на местную устойчивость отдельно. Формулы для проверки местной устойчивости пластинок типа 1, 2 приведены в работе [13]. Если пластинка 1 укреплена дополнительно короткими поперечными ребрами, то их следует доводить до продольного ребра. Расчетные зависимости для проверки устойчивости стенок для этих случаев, а также для стенок балок асимметричного сечения с более развитым сжатым поясом приведены в работе [13].

Поперечные ребра устанавливаются по длине балки для обеспечения местной устойчивости стенки, а также в тех местах, где прикладываются большие сосредоточенные грузы к поясам, в том числе и на опорах. В одностенчатых балках ребра жесткости выполняются из полос или уголков. В коробчатых балках поперечные ребра жесткости принимаются в виде цельных диафрагм или в виде гнутых профилей швеллерного типа, привариваемых к каждой стенке отдельно. Продольные ребра жесткости выполняются в виде уголков или гнутых профилей швеллерного типа.

При наличии одного продольного ребра необходимый момент инерции поперечного ребра определяется по формуле

$$J_p = 3h_c \delta_c^3. \quad (14.69)$$

Необходимый момент инерции продольного ребра $J_{пр.р}$ определяется в зависимости от величины b_1/h_c и должен находиться в пределах $1,5h_c\delta_c^3 < J_{пр.р} < 7h_c\delta_c^3$. При симметричном расположении ребер относительно стенки момент инерции вычисляется относительно оси стенки. При расположении ребер с одной стороны стенки момент инерции вычисляется относительно оси, совпадающей с ближайшей к ребру гранью стенки.

При изгибе балок в вертикальной плоскости поясной лист рассматривается как пластинка (см. рис. 14.8, з) под действием нормальных равномерно распределенных сжимающих напряжений по двум коротким сторонам. Для одностенчатых балок выделяется половина пояса (пластинка) по одну сторону стенки. Она оперта по трем сторонам и свободна по четвертой продольной стороне. Опорами рассматриваемой пластинки являются стенка и два соседних ребра жесткости. При длине пластинки, заметно превышающей ширину, критические напряжения

$$\sigma_{кр} = k(\delta_{ш}/h)^2 10^3 = 81(\delta_{ш}/b_1)^2 10^3 \text{ МПа}, \quad (14.70)$$

где $\delta_{ш}$ — толщина поясного листа; b_1 — ширина пластинки, равная половине ширины пояса, $h = b_1$.

Сжатый пояс коробчатых балок можно рассматривать как опертую по четырем сторонам пластинку, нагруженную с двух сторон равномерным сжатием (см. рис. 14.8, з). При учете упругого защемления по двум сторонам

$$\sigma_{кр} = 1000(\delta_{ш}/b)^2 10^3 \text{ МПа}. \quad (14.71)$$

В общем случае нагружения нормальными напряжениями пластинки (пояса или стенки), что имеет место при учете изгиба

балки в двух плоскостях и наличии продольных сил, критическое напряжение

$$\sigma_{кр} = k 10^3 / (b/\delta)^2 \text{ МПа}, \quad (14.72)$$

где k — коэффициент, зависящий от α [1, 13],

$$\alpha = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) / \sigma_{\max}, \quad (14.73)$$

где $\sigma_{\max}$ и $\sigma_{\min}$ — нормальные напряжения у верхней и нижней границ пластинки, принимаемые со знаками плюс при растяжении и минус при сжатии.

Определим значение критической гибкости $k_{кр} = b/\delta_{п}$, при которой не требуется подкрепления пояса. Подставляя в выражение (14.72) $\sigma_{кр} = \sigma_{т} = 240$ МПа (для стали Ст3), получим при $\alpha = 0$ для пояса коробчатой балки как пластинки, упруго защемленной по двум длинным сторонам, $k = 1000$ и

$$k_{кр} = b/\delta_{п} = 100 \sqrt{100/240} \approx 65. \quad (14.74)$$

Для половины пояса двутавровой балки как пластинки при одной закрепленной стороне и другой свободной имеем при сжатии $k = 80$ и

$$k_{кр} = b_1/\delta_{п} = 100 \sqrt{8/240} = 18. \quad (14.75)$$

В первом случае при сжатии пластинки, упруго защемленной по двум длинным сторонам, при $b/\delta_{п} < 65$ в ней достигаются предельные напряжения по прочности раньше, чем возникает потеря устойчивости. Во втором случае [см. формулу (14.75)] сжатая пластинка может потерять устойчивость при $b_1/\delta_{п} > 18$. Практически вследствие некоторой упругости при защемлении ширину $b = 2b_1$ сжатого пояса балки допускают несколько меньшей, $b_1 \leq 30\delta_{п}$.

Для сталей, имеющих другие пределы текучести, найденные значения b и b_1 следует умножить на $\sqrt{210/R}$. При более широких поясах с целью обеспечения их устойчивости применяют продольные ребра жесткости.

Формула (14.72) применяется для определения критических нормальных напряжений в пластинках, входящих в состав сжато-изогнутых и внецентренно сжатых элементов.

Для оболочек, применяемых в крановых металлоконструкциях и работающих как сжатые и сжато-изогнутые элементы, также производится проверка местной устойчивости [1].

§ 14.8. Конструкции крепления рельсов

В качестве рельсов на кранах применяют: квадратную и полосовую сталь, крановые рельсы специального профиля, железнодорожные — для дорог широкой и узкой колеи. Рельсы из квадратной и полосовой стали в большинстве случаев крепятся с помощью сварки, железнодорожные и специального профиля

рельсы — с помощью прижимных планок или болтов. Крепления рельсов целесообразно располагать около поперечных ребер жесткости или диафрагм. Стыки подтележечных рельсов для балок коробчатого профиля с рельсом посередине должны находиться над диафрагмами.

Глава 15

РАСЧЕТ И КОНСТРУКЦИИ ФЕРМ

Несущие конструкции в виде ферм применяются в стрелах кранов, пролетных строениях козловых кранов, кранов-перегрузателей и т. п., как правило, работающих в легком и среднем режимах (см. § 12.1).

§ 15.1. Основные размеры ферм. Системы решеток и их выбор

К основным размерам ферм относятся пролет (вылет), ширина и высота фермы. Первые два геометрических параметра задаются в техническом задании или из расчетных и конструктивных соображений, высота же определяется из условия минимума массы конструкции. При увеличении высоты масса поясов убывает, а решетки — растет. Как и для балок (см. гл. 14), отклонение высоты фермы от оптимальной до 20 % мало сказывается на увеличении ее металлоемкости. Выбор меньшей высоты фермы мостового типа позволяет в ряде случаев увеличить высоту подъема груза, а также целесообразен для кранов, работающих в низких помещениях. Для кранов мостового типа отношение высоты фермы к пролету составляет $h/l = 1/12 \div 1/16$. Меньшие значения соответствуют большим пролетам. Для консолей высоту ферм над опорами принимают равной $(1/5 \div 1/3) l'$, где l' — длина консоли. Наименьшая высота фермы ограничивается вторым предельным состоянием (см. § 12.5).

Применяются фермы как с параллельными поясами, так и с полигональным очертанием поясов, с различными типами решеток, а также безраскосные. Основными типами решеток являются следующие: треугольная, треугольная со стойками, раскосная, полураскосная, крестовая, ромбическая. Для вертикальных ферм наиболее часто применяются первые три типа решеток, а для горизонтальных ферм — три последние. В ряде случаев (для уменьшения длины панели сжатого пояса, а также при работе пояса на местный изгиб от давления ходовых колес) идут на применение шпренгельной решетки. При этом уменьшение длины панели часто осуществляется с помощью нулевых стержней (стоек), с помощью которых создаются дополнительные узлы (см. главы 2, 3).

С точки зрения рациональности конструирования и изготовления фермы для кранов мостового типа выполняются с четным числом панелей. При выборе длины панели после назначения

высоты фермы исходят также из условий получения наименьшей массы конструкции. Определяющим является выбор угла наклона раскоса решетки, оптимальное значение которого для треугольной решетки около 45° , а для раскосной — $35-40^\circ$. Применяются также безраскосные (см. рис. 8.2) [1, 13] и шпренгельные фермы.

§ 15.2. Типы и подбор сечений стержней ферм

Сечения стержней ферм могут быть открытыми или замкнутыми, из одного элемента или составные (рис. 15.1). Наиболее простыми элементами являются одиночные уголки. Они применяются лишь для легких горизонтальных и вспомогательных ферм вследствие передачи уголковым профилем продольных усилий с эксцентриситетом. При этом возникает изгибающий момент.

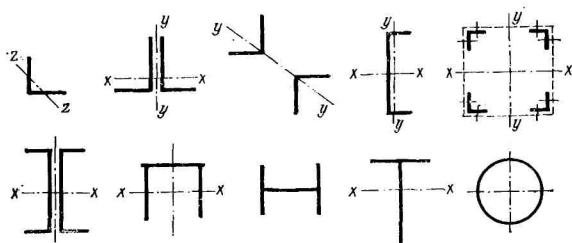


Рис. 15.1. Основные типы сечений стержней сварных ферм

Поэтому следует отдавать предпочтение симметричным профилям. Для главных ферм, воспринимающих подвижную нагрузку, они применяются, как правило.

Подбор сечений стержней ферм осуществляется в случае статически определимых конструкций после определения усилий в элементах расчетной схемы. Узлы фермы при расчете (см. гл. 2) рассматриваются в виде идеальных шарниров. Фактически узлы, выполняемые с помощью сварки или клепки, имеют жесткость, которой в большинстве случаев пренебрегают. Неподвижные нагрузки прикладываются в узлах. Нагрузки от веса конструкции, инерционные, ветровая распределяются между узлами фермы. В случаях, если сосредоточенная нагрузка приложена между узлами элемента, она также относится к узлам по правилу рычага и учитывается как узловая при определении усилий в стержнях ферм. Элемент же, воспринимающий непосредственно эту нагрузку, дополнительно рассчитывается на изгиб.

Сечения растянутых элементов ферм выбираются из условий прочности и жесткости. Для центрально-растянутых стержней условия прочности (см. § 12.6) имеют вид:

$$\sigma = N/F_{\text{нт}} \leq m_K R; \quad (15.1)$$

$$\sigma = N/F_{\text{нт}} \leq 0,9 m_K \sigma_{RK}, \quad (15.2)$$

где m_k — коэффициент условий работы; при этом для стержней из одиночных уголков и швеллеров его составляющая m_3 (12.42) имеет значения от 0,9 до 0,75; $0,9\sigma_{РК}$ — предел выносливости элемента, учитывающий коэффициент однородности по усталостным испытаниям, равный 0,9 (см. § 12.6). На основании условия (15.1) площадь центрально-растянутого стержня подбирается по выражению

$$F \geq N/(\alpha m_k R), \quad (15.3)$$

где α — коэффициент ослабления стержня отверстиями для болтов, заклепок; при предварительных расчетах можно принимать $\alpha = 0,85$.

Таблица 15.1

Предельная гибкость элементов стальных конструкций

Элементы конструкций	Сжатые элементы	Растянутые элементы
Пояса главных ферм	120	150
Одностержневые конструкции стрел, колонн, мачт	120—150	150—180
Остальные стержни главных ферм и пояса вспомогательных ферм	150	200—250
Все прочие стержни	200—250	250—350

Помимо выполнения условия прочности должно быть выполнено условие жесткости, что достигается ограничением гибкости λ элементов (табл. 15.1).

Сечения сжатых элементов постоянного сечения по длине выбираются из условия устойчивости или прочности. В первом случае используется зависимость

$$\sigma = N/F_{бр} \leq m_k \varphi R, \quad (15.4)$$

где $\varphi < 1$ — коэффициент продольного изгиба, учи-

тывающий уменьшение критических напряжений по сравнению с пределом текучести при центральном приложении нагрузки, а также наличие случайных нерасчетных эксцентриситетов приложения нагрузки вследствие несовершенства закреплений, отсутствия строгой прямолинейности стержня и т. п. Следует отметить, что формула Эйлера, например для стали Ст3, справедлива для стержней с гибкостью $\lambda \geq 100$. При $\lambda < 100$ используется зависимость Ясинского [1]. Коэффициент φ принимается в зависимости от материала и гибкости элемента λ [13], определяемой как

$$\lambda = \mu_1 l / r, \quad (15.5)$$

где l — длина стержня; μ_1 — коэффициент приведения длины стержня, зависящий от условий закрепления его; r — минимальный радиус инерции сечения.

Если оба конца стержня шарнирно оперты, то $\mu_1 = 1$, если оба конца заделаны — $\mu_1 = 0,5$ и т. п. Закрепления сжатых стержней в плоскости фермы создают упругую заделку, препятствующую изгибу стержня при потере устойчивости. При этом принимается $\mu_1 = 0,8$ [1]. При потере устойчивости сжатых стержней решетки из плоскости фермы, сжатых поясов в плоскости

фермы и из плоскости имеем $\mu_1 = 1$. Поэтому для стержней решеток, выполняемых в виде сдвоенных уголков (рис. 15.1), применяют неравнобокий профиль. Тонкостенные элементы сжатых стержней проверяют на местную устойчивость.

Гибкость сжатых стержней (табл. 15.1) ограничивают с целью уменьшения искривления их вследствие случайных воздействий, так как несущая способность искривленного стержня снижается. Вместе с тем важно уменьшить вибрацию стержней при динамических нагружениях конструкции, что существенно для сжатых, а также и растянутых стержней. Это обстоятельство является одной из причин установления предельных гибкостей (табл. 15.1) элементов. По аналогии с предыдущим на основании формулы (15.4) площадь сечения сжатого стержня подбирается как

$$F \geq N/(\varphi m_R R). \quad (15.6)$$

Коэффициент условий работы для отдельных стержней может быть принят по рекомендациям для металлоконструкций различных кранов (см. § 12.6). Гибкостью λ , а следовательно, и коэффициентом φ при предварительных расчетах задаются. После определения площади ее уточняют по сортаменту для выбранного типа сечения.

Для внецентренно растянутых элементов, когда сила приложена с эксцентриситетом e , напряжения определяют как

$$\sigma = N/F_{нт} + Ne/W_{нт}. \quad (15.7)$$

При внецентренном сжатии стержня (рис. 15.2, а) постоянного сечения по длине нагрузка также вызывает дополнительно и изгиб. Возрастание нагрузки N приводит к увеличению внешнего изгибающего момента вследствие увеличения прогиба $(e + f)$, где e — первоначальный эксцентриситет. Прочность внецентренно сжатого стержня с учетом формулы (15.7) проверяется по формуле

$$\sigma = (N/F_{нт}) (1 + eF_{нт}/W_{нт}) \leq m_R R, \quad (15.8)$$

где $W_{нт}$ — момент сопротивления нетто в плоскости действия изгибающего момента для сжатого волокна.

При наличии небольших эксцентриситетов определяющей является проверка устойчивости внецентренно сжатого стержня

$$\sigma = N/F_{\bar{вп}} \leq \varphi_{вп} m_R R, \quad (15.9)$$

где $\varphi_{вп}$ — коэффициент снижения напряжений при потере устойчивости, $\varphi_{вп} = \sigma_{кр}^{вп}/\sigma_t$. Коэффициент $\varphi_{вп}$ [13] является функ-

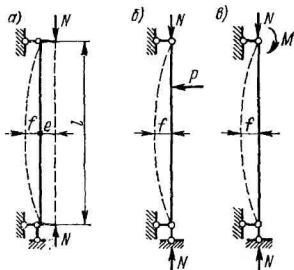


Рис. 15.2. Схема нагружения внецентренно сжатых (а) и сжато-изогнутых стержней (б, в)

цией гибкости стержня λ , относительного эксцентриситета m и формы сечения стержня. Относительный эксцентриситет m равен отношению линейного эксцентриситета e к ядровому расстоянию $W_{бр}/F_{бр}$

$$m = e/(W_{бр}/F_{бр}). \quad (15.10)$$

Зависимость $\sigma_{кр}^{вн}$ и соответственно $\varphi_{вн}$ от формы сечения связана с тем, что потеря устойчивости внецентренно сжатых стержней сопровождается развитием по сечению пластических деформаций. Учет влияния формы сечения при практических расчетах производится с помощью приведенного эксцентриситета

$$m_1 = m\eta, \quad (15.11)$$

где η — коэффициент влияния формы сечения.

При увеличении относительного эксцентриситета возрастает влияние изгибающего момента. При значениях $m_1 > 20$ следует внецентренно сжатый стержень проверять не на устойчивость, а на прочность (см. § 15.4). Помимо проверки по формуле (15.9) внецентренно сжатого стержня на устойчивость в плоскости действия момента (если в другой главной плоскости жесткость стержня меньше) следует выполнить проверку его на изгибно-крутильную устойчивость из плоскости действия момента по формуле

$$\sigma = N/F \leq c\varphi_y m_k R, \quad (15.12)$$

где φ_y — коэффициент продольного изгиба в направлении из плоскости действия момента; c — коэффициент, учитывающий понижение сопротивления стержня в плоскости наименьшей жесткости при изгибе его в плоскости наибольшей жесткости. Коэффициент $c < 1$ [5].

Сжато-изогнутый стержень с точки зрения потери устойчивости (рис. 15.2, б, в) можно рассматривать как внецентренно сжатый с эксцентриситетом $e = M/N$. Однако при малых гибкостях их критические напряжения различны. Проверка устойчивости осуществляется по формулам (15.9) и (15.12). Значения M принимаются равными: для консолей — моменту в заделке; для стержней с шарнирно опертыми концами — максимальному моменту в пределах средней трети длины и т. п. [5].

Проверку прочности сжато-изогнутых стержней выполняют по следующей формуле:

$$\sigma = \frac{N}{F_{нт}} \pm \frac{M_x}{J_{xнт}} y \pm \frac{M_y}{J_{yнт}} x \leq m_k R, \quad (15.13)$$

где M_x и M_y — расчетные изгибающие моменты относительно осей xx и yy . При необходимости делают проверку и на сопротивление усталости.

§ 15.3. Устойчивость стержней переменного сечения по длине и составных стержней

Стержни переменного поперечного сечения по длине применяются с целью уменьшения массы конструкции. Примером могут служить крановые стрелы. Гибкость стержня зависит от закона изменения момента инерции поперечного сечения по его длине. На рис. 15.3 показан шарнирно опертый по концам стержень, для каждой половины которого момент инерции изменяется по степенному закону

$$J = J_2 (x/b)^m, \quad (15.14)$$

где J_2 — момент инерции стержня в среднем сечении.

Важным является случай изменения момента инерции стержня по квадратичному закону. Это характерно для решетчатых стержней с поясами постоянного поперечного сечения при изменении ширины h (рис. 15.3) их по линейному закону. Если стержень состоит из двух поясов постоянного сечения $F_{п}$, то $J = = 2 [J_c + F_{п} (h/2)^2] \approx 2F_{п} (h/2)^2$.

Собственный момент инерции сечения пояса (ветви) обычно мал по сравнению с $F_{п} h^2/4$ и им можно пренебречь. Тогда момент инерции J вдоль стержня изменяется по квадратичному закону [см. формулу (15.14)]. Расстояние между поясами (рис. 15.3) h равно $h = h_2 x/b$. Дифференциальное уравнение упругой линии используем в виде

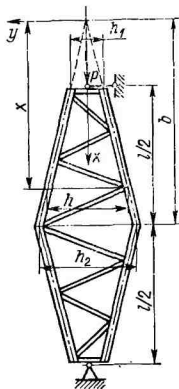


Рис. 15.3. Схема нагружения стержня с переменным моментом инерции сечения по длине

$$EJ_2 (x/b)^m (d^2y/dx^2) + Py = 0. \quad (15.15)$$

Граничные условия:

$$\text{при } x = b \quad dy/dx = 0; \text{ при } x = b - l/2 = b_1 \quad y = 0. \quad (15.16)$$

Введем обозначение $Pb^m/(EJ_2) = k^2$. Вместо уравнения (15.15) получим

$$d^2y/dx^2 + k^2 x^{-m} y = 0. \quad (15.17)$$

Рассмотрим случай изменения момента инерции по длине по квадратичному закону, приняв $m = 2$ в уравнении (15.14). Решение уравнения (15.17) имеет вид

$$y = C_1 \sqrt{x} \sin(s \ln x) + C_2 \sqrt{x} \cos(s \ln x), \quad (15.18)$$

где

$$s^2 = k^2 - 1/4. \quad (15.19)$$

Производная dy/dx равна

$$\frac{dy}{dx} = C_1 \left[\frac{1}{2\sqrt{x}} \sin(s \ln x) - \frac{1}{\sqrt{x}} s \cos(s \ln x) \right] + \\ + C_2 \left[\frac{1}{2\sqrt{x}} \cos(s \ln x) - \frac{1}{\sqrt{x}} s \sin(s \ln x) \right]. \quad (15.20)$$

Используя второе из граничных условий (15.16), получим

$$C_2 = -C_1 \operatorname{tg}(s \ln b_1).$$

Первое условие дает

$$C_1 [\operatorname{tg}(s \ln b)/2 + s] + C_2 [1/2 - s \operatorname{tg}(s \ln b)] = 0.$$

Из этих двух выражений получаем уравнение относительно s

$$\operatorname{tg}[s \ln(b_1/b)] = 2s. \quad (15.21)$$

Наименьший корень этого уравнения дает критическую нагрузку

$$P_{\text{кр}} = k_1 \pi^2 EJ_2 / l^2, \quad (15.22)$$

где

$$k_1 = (s^2 + 1/4) (l/b)^2.$$

Формулу (15.22) критической силы таких стержней можно представить в виде, аналогичном формуле Эйлера для стержней постоянного поперечного сечения по длине

$$P_{\text{кр}} = \pi^2 EJ_2 / (\mu l)^2, \quad (15.23)$$

где μ — коэффициент приведения расчетной длины, $\mu = l/\sqrt{k_1}$.

При расчете на устойчивость стержня переменного сечения принимают, что он имеет постоянное значение момента инерции $J = J_2$, равное значению наибольшего момента инерции стержня переменного сечения при проверке устойчивости в данной плоскости. При этом коэффициент $\mu > 1$, а μl — расчетная длина призматического стержня постоянного сечения, эквивалентного с точки зрения работы на устойчивость стержню переменной жесткости. Значения μ_2 определены для большого количества случаев различных законов изменения момента инерции по длине стержня при различных условиях закрепления концов [13].

Коэффициент приведения μ длины стержня зависит от двух коэффициентов

$$\mu = f(\mu_1 \mu_2), \quad (15.24)$$

где μ_1 — см. в формуле (15.5); μ_2 — коэффициент, учитывающий закон изменения моментов инерции по длине стержня.

Устойчивость составных центрально-сжатых стержней (рис. 15.4) зависит от жесткости ветвей и жесткости соединяющих их решеток или планок. Из теории изгиба балок известно, что влияние поперечной силы в случае сплошного сечения мало. Однако для составных стержней ее надо принимать во внимание из-за возникающих деформаций соединительных планок и реше-

ток. Используем уточненное дифференциальное уравнение упругой линии

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M}{EJ} + \kappa \frac{1}{GF} \frac{d^2 M}{dx^2}, \quad (15.25)$$

где κ — численный коэффициент, зависящий от формы поперечного сечения. Рассмотрим схему нагружения стержня с шарнирно опертыми концами (рис. 15.4, а). Подставив величину момента $M = Py$ в (15.25), получим

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{\kappa}{GF} P \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{P}{EJ} y = 0. \quad (15.26)$$

С использованием условия $y = 0$ при $x = 0$ получим решение уравнения (15.26) в виде

$$y = A \sin(k_1 x), \quad (15.27)$$

где

$$k_1^2 = \frac{P}{EJ} \frac{1}{[1 - \kappa P/(GF)]}. \quad (15.28)$$

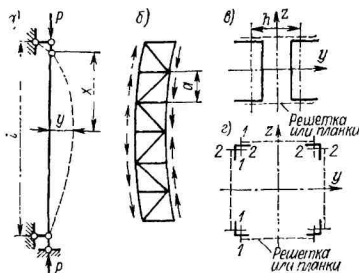


Рис. 15.4. Схемы для расчета устойчивости составного стержня: а — деформация стержня при продольном изгибе; б — составные стержни, ветви которых соединены решеткой и планками; в, г — сечения составных стержней из двух и четырех ветвей соответственно

При $x = l$ $y = 0$, что дает $k_1 = n\pi/l$. Полагая $n = 1$, определяем по (15.28) критическую нагрузку

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{l^2} \left/ \left(1 + \frac{\kappa}{GF} \frac{\pi^2 EJ}{l^2} \right) \right. . \quad (15.29)$$

Значение

$$\mu' = \sqrt{1 + \frac{\kappa}{GF} \frac{\pi^2 EJ}{l^2}} \quad (15.30)$$

является коэффициентом приведения длины стержня.

Рассмотрим составной стержень из двух ветвей, соединенных решеткой (рис. 15.4, б, в). Расстояние между центрами тяжести сечения ветвей h , длина отсека a , длина диагонали d (рис. 15.5). Момент инерции сечения приближенно равен

$$J \approx F_{\pi} h^2 / 2 \approx F h^2 / 4, \quad (15.31)$$

где F_{π} — площадь сечения ветви (пояса); F — полная площадь сечения.

Средняя по сечению стержня деформация сдвига γ связана с поперечной силой соотношением

$$\gamma = \kappa Q / (GF), \quad (15.32)$$

отсюда $\kappa / (GF) = \gamma / Q$ подставляется в (15.29) и (15.30).

Значение γ/Q отвечает тому или иному типу соединительной решетки. На рис. 15.5 показано изменение геометрии стенок стержня при деформации диагонали (раскоса). Усилие в раскосе

$$N_p = Qd/h. \quad (15.33)$$

Удлинение его равно

$$\Delta d = Qd^2/(EF_p h), \quad (15.34)$$

где F_p — площадь сечения раскоса.

Угол сдвига γ равен

$$\gamma = \delta/a = \Delta d/(a \sin \alpha) = \Delta d \cdot d/(ah). \quad (15.35)$$

Отсюда

$$\gamma/Q = d^3/(EF_p ah^2). \quad (15.36)$$

Подставив эту величину вместо $\kappa/(GF)$ в формулы (15.29) и (15.30), получим:

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{l^2} \left/ \left(1 + \frac{1}{EF_p} \frac{d^3}{ah^2} \frac{\pi^2 EJ}{l^2} \right) \right.; \quad (15.37)$$

$$\mu' = \sqrt{1 + \pi^2 \frac{F}{F_p} \frac{d^3}{ah^2} \frac{1}{\lambda_z^2}} = \sqrt{1 + k \frac{F}{F_p} \frac{1}{\lambda_z^2}}, \quad (15.38)$$

где λ_z — гибкость стержня относительно свободной оси z , $\lambda_z = l/r = l \sqrt{\frac{F}{J}}$.

Приведенная гибкость для стержня из двух ветвей с решетками

$$\lambda_{np} = \mu' \lambda_z = \sqrt{\lambda_z^2 + kF/F_p}. \quad (15.39)$$

Для стержня из четырех ветвей с решетками (рис. 15.4, з)

$$\lambda_{np} = \sqrt{\lambda_{ст}^2 + F(k_1/F_{p1} + k_2/F_{p2})}, \quad (15.40)$$

где F — площадь сечения всего стержня; $\lambda_{ст}$ — наибольшая гибкость всего стержня; F_{p1} и F_{p2} — площади сечения раскосов решеток, лежащих в плоскостях возможной потери устойчивости; k_1 и k_2 — коэффициенты, зависящие от углов между раскосом и ветвью α_1 и α_2 , $k = 45$; $k \approx 31$; $k = 27$ при $\alpha = 30^\circ$; $\alpha = 40^\circ$; $\alpha = 45 \div 60^\circ$ соответственно.

Для составных стержней из двух ветвей с планками в двух плоскостях (см. рис. 15.4, в)

$$\lambda_{np} = \sqrt{\lambda_z^2 + \lambda_1^2}, \quad (15.41)$$

а с планками в четырех плоскостях

$$\lambda_{np} = \sqrt{\lambda_{ст}^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2}, \quad (15.42)$$

где λ_1 , λ_2 — гибкости отдельных ветвей относительно собственных осей 1—1, 2—2, параллельных главным осям инерции состав-

ного стержня на участках между приваренными планками (в свету); λ_1 и λ_2 должны иметь значение не более 40 для стальных конструкций и не более 30 — для конструкций из алюминиевых сплавов. Составные элементы из уголков и т. п., соединенные непосредственно друг с другом или через прокладки, рассчитываются как сплошностенчатые. При этом расстояния между их соединениями (прокладками и т. п.) не должны превышать $40r$ для сжатых элементов и $80r$ для растянутых элементов (r — радиус инерции элемента относительно оси, параллельной плоскости прокладок).

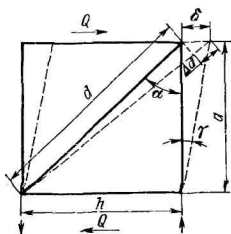


Рис. 15.5. Искажение решетки составного стержня

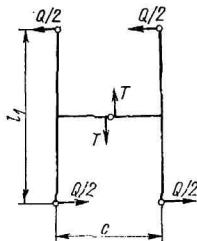


Рис. 15.6. Схема для расчета составных стержней с планками

Планки как соединительные элементы центрально-сжатых составных стержней рассчитываются на действие поперечной силы. Последняя возникает при изгибе стержней в момент потери устойчивости. При расчете планок исходят из значения условной поперечной силы $Q_{\text{усл}}$ (Н), принимаемой равной $200F$ для конструкций из углеродистых сталей и $400F$ — из низколегированных, где F (см²) — площадь брутто всего сечения стержня.

При расчете планок и их соединений с ветвями составной стержень рассматривается как сжатая безраскосная ферма с жесткими узлами и нулевыми точками в середине панелей и планок. На рис. 15.6 показана часть фермы в равновесии. Обозначив через c — расстояние между осями ветвей, через $T = Ql_1/c$ — силу, срезающую планку, получим изгибающий момент, действующий на планку и ее соединение,

$$M = Tc/2 = Ql_1/2, \quad (15.43)$$

где $Q = Q_{\text{усл}}$.

По значениям M и T производится расчет планок и их соединений.

§ 15.4. Деформационный способ расчета стержней

Во всех вышеизложенных методах расчета напряженно-деформированного состояния систем (см. главы I—8) принималось, что эти системы линейны. В ряде случаев имеет место нелинейность

силовых и кинематических факторов от нагрузки. Считая, что материал подчиняется закону Гука, т. е. физическая нелинейность отсутствует, рассмотрим случаи геометрической нелинейности. Она обусловлена относительно большими перемещениями точек системы. Для нелинейно деформируемых систем в общем виде неприменим принцип независимости действия сил. Расчет их должен проводиться с учетом их деформированного состояния (деформационным способом). Характерным примером нелинейно деформируемой системы является сжато-изогнутый стержень (стрела и т. п.). Для него предельной нагрузкой является такая, которая вызывает в стержне напряжения предела текучести.

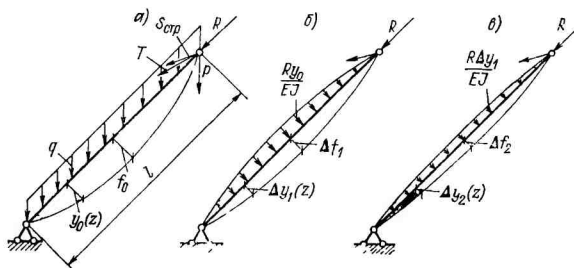


Рис. 15.7. Схема для расчета стрелы деформационным методом: а — схема нагрузок в плоскости подвеса; б — прогибы первого приближения; в — прогибы второго приближения

Иногда применяется точный метод расчета, который, как правило, сопряжен со значительными математическими трудностями. Чаще же расчет по деформированному состоянию осуществляется способом последовательных приближений. Он может применяться в различных вариантах. Принцип одного из них следующий (рис. 15.7).

1. Для заданной системы выполняется обычный расчет по недеформированному состоянию, определяются внутренние силы M_0 , N_0 , Q_0 , а также основное деформированное состояние (рис. 15.7, а); при этом учитывают неточность изготовления по длине стрелы в виде деформаций по закону $(l/800) \cdot \sin \pi x/l$. На рис. 15.7, а через R обозначена равнодействующая продольных составляющих сил P , T , $S_{стр}$, где P — вес груза; T — усилие в грузовом канате; $S_{стр}$ — усилие в стреловом канате.

2. По основному деформированному состоянию f_0 находится изгибающий момент первого приближения ΔM_1 . Это приращение появляется от продольной силы R , действующей на плече $y_0(z)$ (рис. 15.7, а), т. е. $\Delta M_1 = Ry_0$.

3. Выполняется новый расчет недеформированной системы на действие приращения ΔM_1 , в результате чего определяются дополнительные перемещения и устанавливается деформированное

состояние первого приближения $\Delta y_1(z)$. Значения $\Delta y_1(z)$ можно, например, определить по графоаналитическому методу [14], рассматривая действие фиктивной нагрузки $Ry_0/(EJ)$ (рис. 15.7, б).

4. По деформированному состоянию первого приближения определяется изгибающий момент второго приближения ΔM_2 (рис. 15.7, б). Процедура повторяется с п. 3 с определением $\Delta y_2(z)$ (рис. 15.7, в) и т. д.

Расчетный изгибающий момент и перемещение определяются по формулам:

$$M^{\Sigma} = M_0 + \Delta M_1 + \Delta M_2 + \dots;$$

$$f^{\Sigma} = f_0 + \Delta f_1 + \Delta f_2 + \dots$$

Эти ряды достаточно быстро сходятся (одно-два приближения). Однако при наличии, например, продольных сжимающих сил R , когда $R \rightarrow R_{кр}$, процесс итерации замедляется и может быть несходящимся. Этот расчет с помощью деформационного метода является прочностным. Он предпочтительнее расчета сжато-изогнутых стержней на устойчивость.

§ 15.5. Особенности конструирования и расчета узлов и поясов ферм

Узлы ферм являются местами соединения отдельных стержней. При конструировании узлов требуется соблюдение ряда требований, обусловленных соображениями прочности и технологичности. В соответствии с принятой ранее (см. гл. 2) расчетной гипотезой о наличии в узлах идеальных шарниров, позволяющей упростить расчет ферм, конструктивно и технологически должно быть обеспечено пересечение линии центров тяжести поперечных сечений стержней в центре узла. Это требование для расчетных стержней должно соблюдаться в двух плоскостях. В случае нарушения центрирования в узле возникает изгибающий момент, который распределяется между стержнями пропорционально их линейным жесткостям. На рис. 15.8 приведены некоторые типовые узлы ферм, выполненные без или с применением дополнительных элементов — косынок, планок (надставок). Размеры этих элементов зависят от количества, размещения, длин швов или числа болтов (заклепок) для присоединения стержней. Сварные швы должны быть удобно выполнимы. Следует избегать их скученности. Конструкции косынок, к которым присоединяются стержни, должны обеспечивать равномерную передачу силового потока и исключать возникновение изгибающего момента. Расчет швов (по нормальным и касательным напряжениям), соединяющих надставку с поясом (рис. 15.8, в), производится на действие разности усилий ($N_1 - N_2$) в смежных стержнях пояса. При этом предполагается, что стержни решетки привариваются только к надставке. В общем случае эти швы воспринимают действие части усилий ($N_1 - N_2$). Трубочатые фермы выполняются только сварными. Конструктивно узлы этих ферм также весьма разнообразны (рис. 15.8, г): используются

косынки, фигурная обрезка концов стержней решетки, обжатие их с вырубкой и т. п. В тех случаях, когда к узлу подходят несколько пространственно расположенных трубчатых стержней под различными углами, используется вставка в виде шара (рис. 15.8, д). Стык пояса (рис. 15.8, б) выполняется в узле или выносится в панель вне узла. Чаще всего он осуществляется с помощью уголковых накладок. При стыковке труб используются

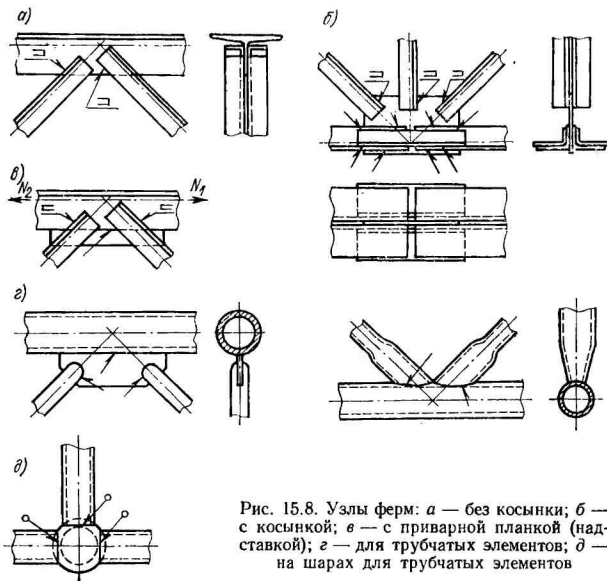


Рис. 15.8. Узлы ферм: а — без косынки; б — с косынкой; в — с приварной планкой (надставкой); г — для трубчатых элементов; д — на шарах для трубчатых элементов

прокладки, муфты, ниппели и т. п. С целью упрощения узла размещение стыка за его пределами предпочтительнее. Отступление от правила центрирования стержней в узлах в целях упрощения изготовления допускается для второстепенных слабонагруженных элементов ферм.

Для ряда ферменных конструкций стержни пояса (чаще верхнего) воспринимают местный изгиб от действия ходовых колес тележек. В большинстве случаев сечения поясов мощнее сечений стержней решетки, вследствие чего изгибающие моменты в узлах передаются преимущественно на пояса. Расчет поясов ферм на совместное действие продольной и поперечной нагрузок выполняется, как для неразрезных балок, имеющих опоры в узлах. Опоры при этом рассматриваются как жесткие, расположенные на одной прямой. Изгибающие моменты и опорные реакции опреде-

ляются по линиям влияния [13]. При наличии двух колес возможен приближенный учет местного изгиба только от колеса с наибольшим давлением P_1 : $M_n = P_1 l / 6$ и $M_n = P_1 l / 5$ для середины стержня пояса в средней и крайней панелях; $M_y = P_1 l / 12$ и $M_y = P_1 l / 10$ — в узлах пояса, где l — длина панели.

Раздел пятый

МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ КОНСТРУКЦИИ КРАНОВ

Глава 16

МОСТОВЫЕ КРАНЫ

Несущие конструкции мостовых кранов имеют самые разнообразные формы. Различают крановые мосты общего и специального назначения.

§ 16.1. Типы конструкций и их основные параметры

Некоторые схемы поперечных сечений показаны на рис. 16.1. Металлические конструкции разделяют также на решетчатые (ферменные) и листовые (балочные, сплошностенчатые). Первые (рис. 16.1, а, б) обладают меньшей массой в сравнении с листовыми, наименьшей высотой от головки подкранового рельса до рельса на мосту, достаточной жесткостью в горизонтальной плоскости. К недостаткам решетчатых мостов относятся большая трудоемкость изготовления (вследствие длительности сборки и отсутствия автоматической сварки), более низкое сопротивление усталости, невозможность применения на концевой балке выкатных колес. На рис. 16.1, а главная ферма — решетчатая, на рис. 16.1, б одностенчатая балка, вспомогательная ферма и фермы связей — решетчатые. Решетчатые несущие конструкции для мостовых кранов в настоящее время изготавливаются сравнительно редко.

Наибольшее распространение среди листовых конструкций кранов мостового типа получили коробчатые (рис. 16.1, в, г). Они обладают меньшей трудоемкостью изготовления в сравнении с решетчатыми вследствие более простой сборки и применения автоматической сварки, меньшей общей высотой моста, более высоким сопротивлением усталости, возможностью применения на концевой балке выкатных колес. К недостаткам их относятся: значительная масса и недостаточная жесткость в горизонтальной плоскости для кранов малой грузоподъемности и больших пролетов (рис. 16.1, в),

сложные условия сварки диафрагм при изготовлении пролетных балок.

Коробчатые конструкции для средних и больших грузоподъемностей и пролетов (рис. 16.1, г) позволяют размещать электрооборудование и механизмы передвижения внутри балок. Генеральные геометрические параметры мостов назначаются в зависи-

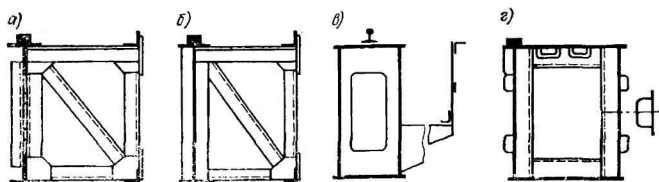


Рис. 16.1. Схемы поперечных сечений (половины моста) мостовых кранов общего назначения

мости от пролета l . База электрического мостового крана $B \geq (1/7 \div 1/5) l$. Высота h решетчатых стальных конструкций принимается на основе соотношений $h/l = 1/10 \div 1/16$ при четном числе панелей. Для двухбалочных коробчатых мостов

$$h/l = 1/14 \div 1/18.$$

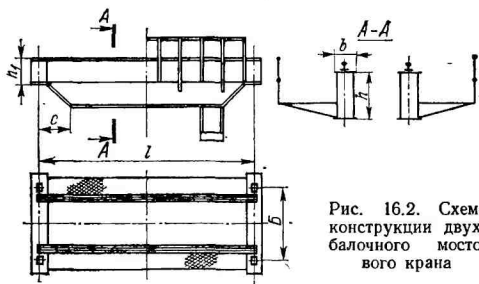


Рис. 16.2. Схема конструкции двухбалочного мостового крана

На рис. 16.2 показана схема конструкции двухбалочного мостового крана. Параметры балки следующие:

$$h_1 \approx (0,4 \div 0,6) h; c \approx 2h; b \geq l/50, b \geq h/3.$$

Скосы по концам главных балок выполняются для удобства соединения их с концевыми. В ряде случаев они назначаются на длине более $2h$ с целью приближения к равнопрочной балке в вертикальной плоскости, имеющей меньшую массу.

Выбор высоты h связан с условиями оптимизации по массе на основе критериев по несущей способности (см. § 14.1), а также с особыми требованиями по жесткости [см. формулу (12.36)],

времени затухания колебаний моста при работе механизма подъема и санитарно-гигиеническим нормам (см. § 10.2).

Расчет металлической конструкции мостового крана по несущей способности включает проверку прочности, местной или общей устойчивости тонкостенных элементов или отдельных стержней (для решетчатых конструкций), усталости. Проверка сопротивления усталости выполняется для кранов среднего, тяжелого и весьма тяжелого режимов работы. Значительное, а подчас решающее влияние при назначении геометрических параметров моста (в первую очередь главной балки), а следовательно, и определении металлоемкости крана имеют критерии эксплуатационного характера, характеризующие предельные состояния конструкции. Так,

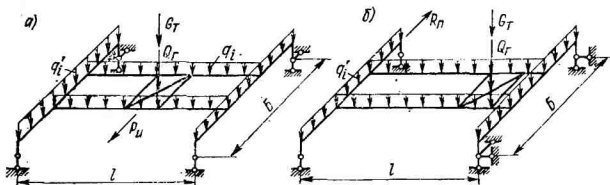


Рис. 16.3. Расчетные случаи нагружения металлической конструкции мостового крана

прогиб главных балок мостовых кранов при действии подвижной нагрузки (тележка, полезный груз с грузозахватным приспособлением), находящейся в середине пролета (рис. 16.3, а), не должен превышать $l/400$ для кранов с ручным приводом, $l/500$ — $l/600$ для электрических кранов. Ограничения по прогибу иногда приводят к недоиспользованию материала по напряжениям.

В качестве основных факторов, определяющих деформации металлоконструкций, можно отметить следующие: буксование тележки на подтележечных путях или самопроизвольное движение, которое должно исключаться обеспечением необходимого запаса сцепления приводных колес с рельсами в течение всего цикла работы крана; колебательные процессы, амплитудно-частотные и частотно-временные характеристики которых ограничиваются санитарно-гигиеническими нормами вибрационного воздействия на человека; затраты мощности механизма передвижения тележки на преодоление дополнительных сопротивлений, возникающих при передвижении от деформации главной балки; подскок тележки на подтележечных путях в случае мгновенной разгрузки; углы поворота опорных сечений главных балок (ходовых колес крана) и др. Ограничение деформаций главных балок с точки зрения обеспечения необходимого запаса сцепления приводных колес грузонесущих тележек с подтележечными рельсами является обязательным для всех без исключения подъемно-транспортных машин мостового типа. Ограничения же, накладываемые остальными факторами,

могут исключаться для отдельных кранов или путем применения определенных конструктивных или технологических мероприятий. Так, например, подскока тележки при мгновенной разгрузке можно избежать при соответствующем исполнении опорно-ходового устройства.

Изгибные деформации главных балок в вертикальной плоскости складываются из следующих компонентов: проектных деформаций (строительного подъема), деформаций сборки и сварочных деформаций при изготовлении, остаточных деформаций при эксплуатации, деформаций от действия сосредоточенных, подвижных нагрузок и веса металлической конструкции. Под строительным подъемом понимается создание при изготовлении балок выгиба их вверх [1]. Для мостовых кранов при пролете $l \geq 17$ м он назначается равным $f = 0,00125l$. Таким образом, на кривую балку при эксплуатации оказывают влияние технология изготовления конструкции и условия ее работы.

Время затухания свободных вертикальных колебаний (динамическая жесткость) главных балок подлежит проверке в некоторых случаях: 1) при наличии требований повышенной точности установки груза; 2) при расчете металлической конструкции на ограниченный срок службы с учетом явлений усталости (см. гл. 12). В первом случае время затухания колебаний (10.24) можно определить, принимая минимальную амплитуду колебаний порожнего крана, например $y_{\min} = 0,5$ мм. Следует иметь в виду, что с уменьшением относительной высоты моста h/l возрастает период свободных колебаний (см. § 10.2).

Кроме приведенных на рис. 16.1 типовых сечений мостов двухбалочного исполнения получили распространение оболочечные конструкции, предварительно напряженные (в вертикальной плоскости главных балок), шпренгельные, рамные и др. Значительное разнообразие существующих конструкций отражает поиск оптимальных форм с точки зрения минимума материалоемкости и повышения технологичности [16].

Концевые балки мостовых кранов имеют коробчатое сечение. В местах примыкания главной балки к концевой в последней устанавливаются диафрагмы в сечениях, совпадающих с плоскостями стенок главной балки. Этим обеспечивается более равномерная передача усилий в узле сопряжения балок. Для увеличения жесткости этого узла в горизонтальной плоскости применяются косынки, соединяющие пояса главных и концевых балок. По требованиям транспортировки крана в концевой балке выполняется один или два монтажных стыка на болтах, а узел сопряжения каждой половины ее с главной балкой выполняется сварным. Применяется также конструкция концевой балки без разъема, соединяемой при монтаже с главными балками на болтах.

Специальные крановые мосты бывают однопутными и двухпутными. В первом случае конструкция может не отличаться от мостов общего назначения (см. рис. 16.1), если применяется обычная тележка. При наличии специальной тележки находят приме-

нение однопутные однобалочные коробчатые мосты. При двухпутных мостах на них работают на параллельных путях две тележки [1].

§ 16.2. Расчетные нагрузки и их комбинации. Особенности расчета

При расчете металлических конструкций по методу предельных состояний различают нормативные и расчетные значения нагрузок (см. § 12.6). Нормативные нагрузки определяются нормами расчета (РТМ), техническими условиями на проектирование и т. п. Расчетные нагрузки представляют собой возможные наибольшие или наиболее часто повторяющиеся нагрузки. Учет их можно производить в соответствии с табл. 12.1. Рассматриваются также рабочее и особое состояния. Рабочее состояние включает подъем груза и движение крана при расположении тележки посередине пролета (первый случай, рис. 16.3, а) и при расположении ее около наиболее нагруженной концевой балки (второй случай, рис. 16.3, б). Нагрузки включают вес металлической конструкции (неподвижная нагрузка), вес тележки, вес груза, динамические нагрузки при подъеме и передвижении крана, а также (по специальным требованиям) нагрузки от ветра и обледенения, от предварительного напряжения, температурного воздействия, специальные технологические, при наезде крана на буфера, монтажные и транспортные.

Нагрузки от веса балок моста и рабочих площадок принимаются условно равномерно распределенными. Нагрузки, создаваемые весом механизмов передвижения моста, кабины крановщика и др., принимаются в виде сосредоточенных. Эти нагрузки определяются по чертежам, спецификациям или при серийном изготовлении — по результатам взвешивания. Коэффициенты перегрузки нормативных нагрузок приведены в § 12.6. Значения динамического коэффициента ψ определяются на основе расчета (см. § 10.3), экспериментальных данных и опыта эксплуатации.

При прохождении краном стыков рельсов также возникают динамические нагрузки в вертикальной плоскости, учет которых производится с помощью коэффициента толчков k_T . Значения этого коэффициента следующие:

Скорость передвижения крана, м/мин	k_T
До 60	1,1
Св. 60 до 120	1,2
» 120	1,3

Горизонтальная сила инерции P_H (см. § 10.3) учитывается с коэффициентом перегрузки $n = 1,3$ (см. § 12.6).

Сила перекоса (рис. 16.3, б), являющаяся также динамической нагрузкой, определяется при пуске крана. Она приложена к ободу приводного колеса концевой балки и определяется как

$$R_H = 2jm_{np} \leq \mu_0 N_{np}, \quad (16.1)$$

где j — ускорение крана с грузом, м/с^2 ; $m_{\text{пр}}$ — масса, приведенная к той концевой балке, около которой тележки нет; $N_{\text{пр}}$ — давления приводных ходовых колес этой балки; $\mu_0 = 0,2$ — коэффициент трения. Приведенная масса определяется по формуле

$$m_{\text{пр}} \approx 0,25 \cdot 2m_{\text{п.б}} + m_{\text{к.б}}, \quad (16.2)$$

где $m_{\text{п.б}}$, $m_{\text{к.б}}$ — массы одной пролетной и одной концевой (к которой приложена сила $R_{\text{п}}$) балки (см. § 10.1).

При расчете рама моста рассматривается как пространственная система. Определение усилий в элементах вспомогательной фермы от подвижной нагрузки, находящейся на главной ферме (балке), приведено в § 9.1.

Кран-балки (однобалочные краны) изготавливаются грузоподъемностью 1—5 т. Подъемным устройством является электрическая таль, перемещающаяся по нижним полкам двутавровой балки. Для малых пролетов (4—11 м) несущей конструкцией мостов для всех грузоподъемностей является прокатный двутавр. У кран-балок больших пролетов (12—28,5 м) несущей конструкцией мостов являются две решетчатые фермы из прокатных уголков. Ездовой прокатный двутавр подвешен посередине между вертикальными несущими фермами к поперечным двутаврам.

Устойчивость мостов (ездовых двутавров) от горизонтальных инерционных сил обеспечивается горизонтальной решетчатой фермой из легких уголков. За рубежом получили развитие также кран-балки с мостами из тонкостенных коробчатых балок. Концевые балки свариваются из листовой стали. Соединение их с несущей конструкцией моста осуществляется с помощью сварки (при $l \leq 17$ м) или на болтах ($l > 17$ м). Нагрузки и их сочетания при расчете несущих конструкций кран-балок определяются примерно по тем же схемам, что и для двухбалочных мостов.

Особенность работы ездových балок проявляется в образовании изгиба нижних полок двутавра и возникновении местных напряжений (в поперечной и продольной плоскостях). Напряжения местного изгиба от сосредоточенных нагрузок на полки суммируются с напряжениями общего изгиба двутавра в целом [1, 13]. Допускаемый прогиб мостов кран-балок $[f] = l/400$.

Глава 17

КОЗЛОВЫЕ КРАНЫ И МОСТОВЫЕ ПЕРЕГРУЖАТЕЛИ

В настоящее время конструктивные формы козловых кранов и мостовых перегружателей очень близки. Несущие конструкции их включают верхнее (пролетное) строение и опоры. Козловые краны обычно имеют две высокие опоры, которые образуют с верхним строением портал, а при наличии одной высокой опоры — полу-портал.

§ 17.1. Типы конструкций

На рис. 17.1 показаны некоторые основные компоновочные схемы козловых кранов в листовом исполнении. Схемы, представленные на рис. 17.1, а, б, применяются для кранов легкого и среднего режимов работы при малых грузоподъемностях. Наиболее распространены краны с однобалочным путем (рис. 17.1, а). Краны для интенсивной работы, а также большой грузоподъемности изготовляют с двухрельсовыми тележками. Краны могут иметь двух- и одностоечное исполнение опор. Схема, изображенная на рис. 17.1, в,

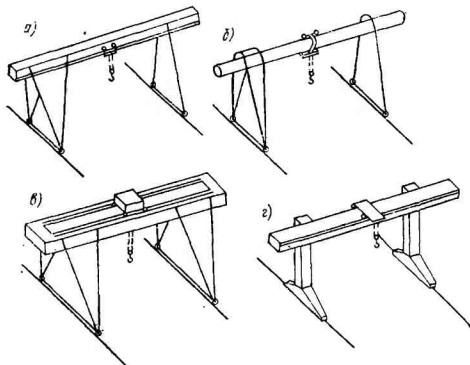


Рис. 17.1. Компоновочные схемы козловых кранов: а — с подвесной грузовой тележкой и двухстоечными опорами; б — с опорно-подвесной грузовой тележкой; в — с двухбалочным мостом и двухрельсовой опорной грузовой тележкой; г — с одностоечными опорами и консольной грузовой тележкой

применяется в основном для кранов с относительно небольшим пролетом (16—25 м). При больших пролетах возрастает металлоемкость этих кранов в сравнении с однобалочными. Развиваются конструкции кранов с одностоечными опорами (рис. 17.1, г). Опоры козловых кранов крепятся к пролетным строениям двумя способами: 1) обе жестко (рис. 17.1, в); 2) одна из опор жестко (жесткая опора), а другая — шарнирно (гибкая опора, рис. 17.1, а, б). Во втором случае применяется шарнир или сама опора выполняется достаточно гибкой. Преимуществом схем с двумя одинаковыми жесткими опорами является упрощение изготовления и монтажа конструкции. Однако при этом возникает значительное усилие распора, влияющее на увеличение износа ходовых колес крана и рельсов, а также имеют место дополнительные напряжения в конструкции вследствие неровностей подкранового пути. Наличие гибкой опоры исключает распор и дает возможность компенсировать неточности выполнения пролета крана и подкрановых путей.

Вместе с тем разные конструкции опор усложняют изготовление и монтаж крана, а шарнир требует периодических осмотра и смазки. В горизонтальной плоскости жесткие и гибкие опоры обычно присоединяются к верхнему строению жестко. Обе жесткие опоры применяются чаще у кранов пролетом не более 25 м. При $l > 25$ м одну из опор делают гибкой. Определяющим при этом является сравнение суммарного смещения $\delta = \delta_p + \delta_t$ обеих опор на уровне головки рельсов, складывающегося из перемещения опор δ_p от подвижной нагрузки и перемещения δ_t от изменения температур,

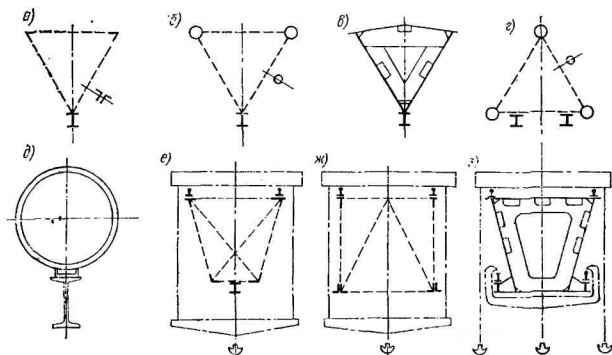


Рис. 17.2. Схемы поперечных сечений верхних (пролетных) строений козловых кранов

с суммарным зазором Δ между ребрами ходовых колес и головкой рельса. При $\delta \geq \Delta$ надо применять гибкую опору. База крана назначается не менее $l/4$ из условий предотвращения заедания ходовых колес, устойчивости против опрокидывания крана в рабочем состоянии и от действия ветра нерабочего состояния. Козловые краны бывают бесконсольные, одноконсольные и двухконсольные. Поперечные сечения верхнего строения козловых кранов общего назначения с двухрельсовыми тележками аналогичны сечениям мостов решетчатой или листовой конструкции (см. рис. 16.1). Некоторые схемы поперечных сечений пролетных строений козловых кранов с монорельсовыми тележками приведены на рис. 17.2, а—в, д. Схемы, показанные на рис. 17.2, г, е—з, находят применение для бесконсольных кранов. Конструкции опор обычно соответствуют типу конструкции верхнего (пролетного) строения (решетчатому или листовому).

Для мостовых перегружателей основным показателем, наряду с грузоподъемностью, является производительность. Движение моста используется как установочное. Мост представляет собой пространственную конструкцию замкнутого или незамкнутого типа. Конструктивно металлоконструкции перегружателей под-

разделяют на решетчатые, трубчато-балочные, коробчато-балочные. Опоры в зависимости от типа перегружателя выполняются в виде плоских или пространственных конструкций высотой 15—25 м. Опорные узлы их соединяются с помощью стяжек и прикрепляются к балансирам тележек механизма передвижения. Мосты с замкнутым прямоугольным сечением в решетчатом исполнении имеют две вертикальные главные фермы, которые соединены связями в плоскостях верхних и нижних поясов. В местах стоек ферм устанавливаются рамные раскосы, обеспечивающие неизменяемость поперечного сечения. Мосты с открытым (П-образным) сечением в решетчатом исполнении состоят из двух вертикальных главных ферм (рис. 17.3), соединенных в плоскости верхних поясов связями вдоль всего моста. Передача нагрузки от тележки через подрельсовые пути на главные фермы моста осуществляется с помощью поперечных рам (рис. 17.4), находящихся в местах стоек этих ферм. С помощью рам достигается неизменяемость формы поперечного сечения моста. В плоскости подрельсового пути имеются две нижние горизонтальные фермы связей. Соединение опор с мостом в вертикальной и горизонтальной

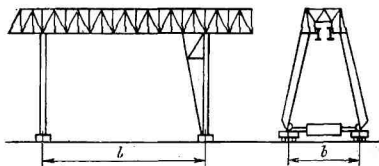


Рис. 17.3. Схема решетчатой металлоконструкции мостового перегружателя

состоят из двух вертикальных главных ферм (рис. 17.3), соединенных в плоскости верхних поясов связями вдоль всего моста. Передача нагрузки от тележки через подрельсовые пути на главные фермы моста осуществляется с помощью поперечных рам (рис. 17.4), находящихся в местах стоек этих ферм. С помощью рам достигается неизменяемость формы поперечного сечения моста. В плоскости подрельсового пути имеются две нижние горизонтальные фермы связей. Соединение опор с мостом в вертикальной и горизонтальной

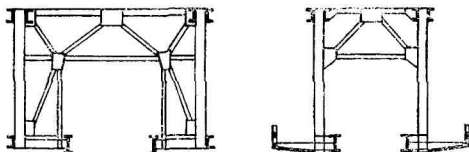


Рис. 17.4. Схемы поперечных рам П-образного сечения

плоскостях может быть жестким или шарнирным. В вертикальной плоскости гибкая опора может присоединяться к мосту с помощью цилиндрических шарниров. В зависимости от высоты опор отношение пролета к базе моста принимается одинаковым для обеих опор в пределах $l/b \leq 4 \div 6$. Мосты при жестком соединении с опорами в горизонтальной плоскости испытывают большой изгиб. При этом забег опор контролируется ограничителями перекося. В конструкциях мостовых перегружателей больших пролетов часто применяют шарнирное соединение опор с мостом в горизонтальной плоскости. При этом жесткая опора присоединяется к мосту в горизонтальной плоскости с помощью цилиндрического шарнира, а гибкая — с помощью опорных катков. Конструктивно

мостовые перегружатели разделяют также в зависимости от наличия или отсутствия консолей. Чаще применяются конструкции с одной или двумя консолями. В ряде случаев имеется возможность выбора оптимального пролета l при общей длине моста $l_0 = l + l_1 + l_2$, где l_1, l_2 — длины консолей. При этом значение l определяется из условия равенства максимальных изгибающих моментов на опорах и в середине пролета при учете действия веса моста и подвижной нагрузки. Оно лежит в пределах $l = (0,55 \div 0,7) l_0$. Длина консолей берется равной $(0,2 \div 0,35) l$. Высота главных ферм (балок) в пролете принимается от $1/12$ ($1/14$) l до $1/8$ ($1/10$) l , над опорами — $(1/3 \div 1/5) l$. В пролете главные фермы выполняются с параллельными поясами, на консолях иногда один из поясов делается наклонным. Расстояние между главными фермами на основе условия обеспечения жесткости верхнего строения принимается в пределах $(1/15 \div 1/12) l$. Решетка главных ферм чаще применяется в виде треугольной с дополнительными стойками; при движении крана по верхним поясам моста — со шпренгелями; для консолей — раскосная. Для главных ферм используется и ромбическая решетка. Для горизонтальных ферм связей (ветровых) в плоскости верхних поясов главных ферм применяется крестовая решетка, ромбическая или полураскосная. Ветровые связи в плоскости нижних поясов главных ферм для мостов с П-образным сечением имеют, как правило, треугольную решетку со стойками. Значительные габариты верхнего строения приводят к необходимости транспортировки его на место монтажа отдельными частями.

Для верхних строений козловых кранов и перегружателей так же, как и для мостовых кранов, существует ограничение расчетного прогиба в середине пролета от действия веса тележки с грузом.

Величина $[f] = (1/500 \div 1/600) l$. Кроме того, при наличии у кранов консолей прогиб их ограничивается значением $(0,002 \div 0,003) l$ при крайнем положении тележки на консоли. Для козловых кранов в ряде случаев время затухания свободных колебаний конструкций проверяется как в вертикальной, так и в горизонтальной плоскости с использованием зависимости (10.24). Колебания в горизонтальной плоскости возникают вследствие сил инерции при пуске и торможении крана или тележки, а также при пульсации ветрового напора. Краны с гибкой опорой имеют большую величину периода свободных колебаний, а значит, и большее время их затухания.

§ 17.2. Расчетные нагрузки и их комбинации

Ряд основных положений, изложенных в § 16.2 относительно характера нагрузок, некоторых их сочетаний, остается справедливым и для металлических конструкций козловых кранов и перегружателей. В сравнении с мостовыми кранами для металлоконструкций козловых кранов общего назначения необходимо допол-

§ 17.3. Особенности расчета

Металлические конструкции козловых кранов и перегружателей испытывают сочетания нагрузок, расположенных в пространстве сложным образом. При расчете этих конструкций находят применение методы с использованием ЭВМ. Для некоторых видов кранов, особенно решетчатых, допускается расчет, основанный на разложении пространственных систем на плоские. Так, например, верхние строения перегружателя расчленяются на ряд узлов (главные фермы или балки, горизонтальные фермы связей, поперечные рамы, подрельсовые балки), для которых определяется напряженно-деформированное состояние. При определении усилий в элементах главных ферм используются линии влияния. В зависимости от конструкции поперечных рам подвижная нагрузка может передаваться на узлы верхнего или нижнего пояса. Верхнее строение испытывает изгиб в горизонтальной плоскости от действия сил инерции, ветра и перекоса. В мостах с сечением замкнутого типа нагрузка от действия бокового ветра распределяется поровну между горизонтальными фермами. В конструкциях с П-образным сечением моста она воспринимается между верхней и нижними горизонтальными фермами связей пропорционально их моментам инерции: $P_{в.с} = P \cdot J_{в.с} / (J_{в.с} + J_{н.с})$; $P_{н.с} = P \times J_{н.с} / (J_{в.с} + J_{н.с})$, где P — полная горизонтальная нагрузка; $P_{в.с}$, $P_{н.с}$ — нагрузки на верхние и нижние горизонтальные связи соответственно; $J_{в.с}$, $J_{н.с}$ — моменты инерции верхних и нижних горизонтальных связей. Приблизительно в ряде случаев всю нагрузку относят к верхним связям. Боковой ветер вызывает кручение верхнего строения. Действие сил перекоса R_{Π} (рис. 17.5) включает в работу и верхнее строение, и опоры перегружателя (или козлового крана). На рис. 17.5 приведена схема сил, действующих на металлоконструкцию от сил перекоса. От усилия R_{Π} в нижних шарнирных креплениях опор к тележкам механизма передвижения возникают реакции: в шарнирах гибкой опоры $V_{г.о} = R_{\Pi} z_{г.о} / B_{г.о}$; в шарнирах жесткой опоры $V_{ж.о} = R_{\Pi} z_{ж.о} / B_{ж.о}$; $T = R_{\Pi} l / B_{ж.о}$, где $z_{г.о} = h_{г.о} + z_{\Pi}$; $z_{ж.о} = h_{ж.о} + z_{\Pi}$. Значения z_{Π} и z_{Σ} определяют положение точки приложения усилия R_{Π} :

$$z_{\Pi} = h J_{н.с} / (J_{в.с} + J_{н.с}); \quad z_{\Sigma} = h J_{в.с} / (J_{в.с} + J_{н.с}).$$

Из сказанного можно сделать вывод, что пояса главной фермы воспринимают усилия и от горизонтальных сил перекоса, действующих на конструкцию. Другими словами, в этих поясах надо определять суммарное усилие на основе рассмотрения нагружения отдельных плоских ферм. В случае применения крестовой решетки для верхней горизонтальной фермы, имеющей раскосы большой гибкости ($\lambda = 250 \div 300$), которые не могут работать на сжатие, расчет выполняется, как для раскосной решетки. При этом раскосы ее воспринимают только усилия растяжения.

Поперечные рамы воспринимают следующие виды нагрузок: вес рам, горизонтальных нижних связей, троллейных проводов, подрельсовых балок, вертикальные давления колес и горизонтальные усилия от поперечных ударов их о рельс, ветровую нагрузку, которая действует на верхнее строение и тележку, инерционные силы, возникающие при торможении моста [1]. На рис. 17.6 приведена расчетная схема поперечной рамы, расположенной в пролете между опорами перегружателя, которая воспринимает давления ходовых колес тележки. Некоторая особенность расчета стержней 1 и 2 состоит в том, что они нагружены изгибающими моментами M_1 и M_2 , которые пропорциональны линейным жесткостям стержней: $M_1/M_2 = (J_1/l_1)/(J_2/l_2)$; $M_1 + M_2 = M = P_1c$. Расчет поперечной рамы на максимальную приходящуюся на нее нагрузку является упрощенным и дает несколько завышенные значения усилий в стержнях рамы, так как деформации ее вовлекают в работу несколько соседних рам. При этом стержни 1 испытывают знакопеременный изгиб от деформаций подрельсовых балок при движении тележки [1].

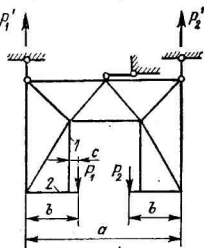


Рис. 17.6. Расчетная схема поперечной рамы верхнего строения перегружателя

Подрельсовые балки работают на изгиб в двух плоскостях и рассматриваются как неразрезные на жестких опорах, имеющие бесконечное число равных пролетов. Расчет ведут по линиям влияния [13]. В приближенных расчетах [9] изгибающий момент в подрельсовой балке определяется для сечения в середине панели как $M' = 2M_{\max}/3$, а для сечения на опоре — $M'' = M_{\max}/3$, где $M_{\max}$ — наибольший изгибающий момент в шарнирно опертой балке того же пролета. Стыки подрельсовых балок следует располагать примерно на четверти длины панели, а стыки рельсов — в середине панели.

Конструкции опор (жесткой и гибкой) относительно середины в вертикальной плоскости, перпендикулярной к продольной оси моста, в большинстве случаев для перегружателей симметричны. Пространственная конструкция (ферма) жесткой опоры рассчитывается с помощью разложения ее на плоские системы (фермы).

Глава 18

СТРЕЛЫ

§ 18.1. Типы конструкций

В стреловых кранах, которые должны удовлетворять условиям устойчивости, масса стрел имеет большое значение, так как от нее зависит и масса противовеса. Поэтому стрелам стремятся при-

давать форму бруса равного сопротивления. Применение алюминия для крановых конструкций началось со стрел (см. § 11.2). Шарнирно сочлененные стреловые устройства рассмотрены в гл. 19, а стрелы, испытывающие изгиб от перемещающегося груза, — в гл. 20. Стрелы делают листовыми и решетчатыми с прямолинейными и изогнутыми осями с переменным сечением по длине (рис. 18.1). При небольших нагрузках и вылетах встречаются стрелы из одной трубы или из одного коробчатого сечения

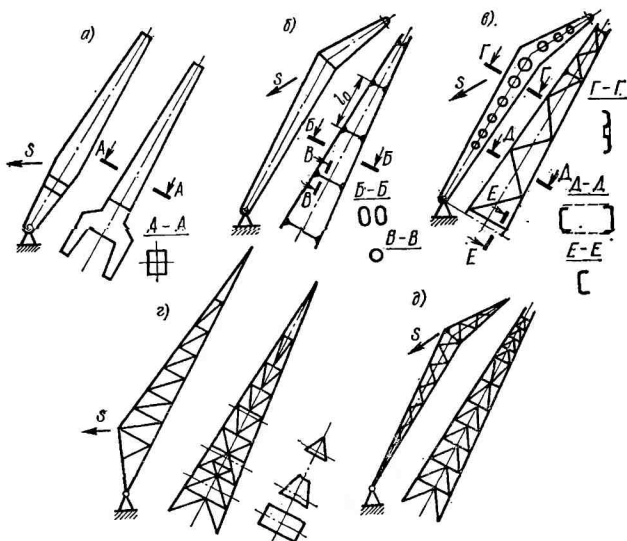


Рис. 18.1. Типы конструкций крановых стрел

(рис. 18.1, а). Стрелы с прямолинейной осью — наиболее легкие и конструктивно простые. Однако они не позволяют на минимальном вылете так высоко поднимать громоздкие грузы, как в случае стрел с изогнутой осью. Недостатками стрел с изогнутой осью являются скручивание их от действия горизонтальных сил и изгиб (см. рис. 18.5).

Плоские стрелы применяются при таких типоразмерах, когда их гибкость (см. табл. 15.1) может быть обеспечена в необходимых пределах ($\lambda \leq [\lambda]$) и когда из условий устойчивости пояса стрелы не получаются чрезмерно тяжелыми. При этом рациональны трубчатые или коробчатые пояса, соединенные между собой стойками, а также пояса овального сечения, сваренные из гнутых про-

филей (рис. 18.1, б). Рациональность такой конструкции объясняется тем, что в горизонтальной плоскости длина l_0 , на которой возможно выпучивание, может быть достаточно малой, а в вертикальной плоскости стрела может терять устойчивость на полной длине. В остальных случаях применяют пространственные решетчатые или листовые стрелы прямоугольного или треугольного сечения. Известные преимущества листовых конструкций привели к уменьшению применения решетчатых конструкций для стрел.

В решетчатых конструкциях распространенная схема решетки главных ферм стрелы состоит из раскосов, работающих только на растяжение (рис. 18.1, а). Система решетки горизонтальной фермы часто симметрична относительно продольной оси стрелы (рис. 18.1, а, б), так как решетка работает во взаимно противоположных направлениях. Поперечные рамы обычно выполняются безраскосными. При постановке в них раскосов применяют симметричные системы: ромбическую, полураскосную и крестовую. Для легко нагруженных стрел большой длины решетчатая конструкция из трубчатых элементов легче, чем из уголкового, вследствие лучшей работы труб на продольный изгиб и уменьшения ветрового давления из-за меньшей величины аэродинамического сопротивления. Применение труб облегчает переход от прямоугольного поперечного сечения стрелы к треугольному (рис. 18.1, в), которое, как показали исследования, выгоднее. Поскольку в стрелах элементы решетки обычно нагружены слабо, могут оказаться выгодными конструкции с поясами из низколегированных сталей и решеткой из стали 20 (бистальные конструкции). Анализ сечений стрелы для плавучего крана грузоподъемностью 250 т показал, что при трехгранной форме поперечного сечения возможно получить снижение массы на 8—10 % по отношению к четырехгранной форме [1]. Стрела оптимальных очертаний по длине будет иметь переменную высоту сечения, уменьшающуюся на концах, и ширину, увеличивающуюся в корне. Если стрела работает на разных вылетах, то оптимальное очертание ее должно быть определено из рассмотрения нескольких вылетов.

§ 18.2. Расчетные нагрузки и их комбинации

Общие положения расчетных нагрузок и их комбинаций для стреловых и мачтовых кранов общего назначения приведены в табл. 12.1 и 12.2. Вес металлических конструкций без оголовков решетчатых стрел и мачт квадратного или треугольного сечения с размерами боковой стороны 500—1000 мм составляет 1—2 кН/м. Для определения горизонтального усилия на конце стрелы при работе механизма вращения (см. § 10.3) приведенная к ее концу масса m_m принимается равной $ml/3$ (см. § 10.1), где m — масса единицы длины стрелы (рис. 18.2, а). Для схемы, приведенной на рис. 18.2, б, из условия равенства кинетической энергии в про-

цессе свободных колебаний равномерно распределенной массы стрелы m и приведенной к ее концу массы m_m находим, что

$$\int_r^{R_0} m \frac{x^2 \omega^2}{2} dx = \frac{m \omega^2}{6} (R_0^3 - r^3) = \frac{m_m R_0^2 \omega^2}{2},$$

где ω — угловая скорость вращения стрелы. Отсюда

$$m_m = m (R_0^3 - r^3) / (3R_0^2).$$

Эксплуатационные нагрузки и их расчетные комбинации зависят от типа крана и условий его эксплуатации и изучаются для кранов серийного производства.

На рис. 18.3 приведен шестиступенчатый график относительной величины нагрузки на крюке автомобильных кранов,

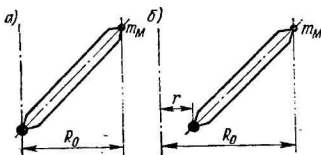


Рис. 18.2. Расчетные схемы стрел

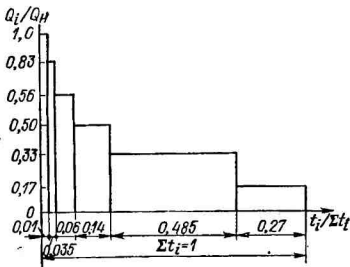


Рис. 18.3. Обобщенный ступенчатый график нагрузки автомобильных кранов грузоподъемностью 4; 6,3; 10 и 16 т

которая регистрировалась аппаратурой без учета динамики, т. е. исключалось влияние типа привода и приемов работы крановщика. По данным этого графика, аналогично формуле (12.22), где $P_i = Q_i$, а $P_n = Q$ и вместо относительного числа циклов $Z_i / \sum Z_i$ принято относительное время работы $t_i / \sum t_i$, расчетная формула имеет вид

$$Q_0 = Q \sqrt[m]{\sum_1^6 (Q_i/Q)^m t_i / \sum t_i} = \varphi_m Q$$

и коэффициенты эквивалентности φ_m имеют следующие значения: 0,44 при $m = 3$; 0,48 при $m = 4$ и 0,55 при $m = 6$ [1]. Полигоны распределения нагрузок на металлические конструкции стрел плавучих кранов в речных портах грузоподъемностью 10 и 15 т, полученные в эксплуатационных испытаниях, показали, что напряжения в стрелах распределяются по нормальным законам, величина среднего напряжения вызывается весом стрелы, а величина максимального напряжения (минимального напряжения) в цикле является суммой среднего напряжения и напряжений, вызываемых максимальными (минимальными) значениями внешних нагрузок [1].

§ 18.3. Особенности расчета

Общие вопросы расчета сжатых и сжато-изогнутых элементов как призматического, так и переменного сечения по длине, а также расчеты безраскосных и пространственных ферм рассмотрены в главах 4 и 15. Определению критической нагрузки при потере устойчивости крановых стрел в зависимости от переменности момента инерции сечения по длине в плоскости подвеса стрелы и в горизонтальной плоскости в условиях продольно-поперечного изгиба посвящена обширная литература [1]. Кроме сложности таких расчетов они, к тому же, не в полной мере учитывают все обстоятельства работы стрел. Поэтому вместо проверки их устойчивости целесообразно проводить расчет их на прочность деформационным способом (см. § 15.4). При этом изгибающие моменты и поперечные силы в стреле, возникающие вследствие деформаций, надлежит определять как в плоскости подвеса, так и из плоскости подвеса. Для решетчатых стрел приходится определять их деформации, что значительно более трудоемко, чем определение деформаций балочных стрел, которые во многих случаях вычисляются по готовым формулам. Для определения прогибов ферм можно воспользоваться приемом, при котором прогиб фермы определяется как прогиб эквивалентной ей балки. Прогиб фермы определяется деформациями как поясов, так и решетки. Момент инерции фермы при рассмотрении ее как балки эквивалентной жесткости определяется исходя из равенства прогибов фермы и балки для данных условий закрепления и нагружения. Если момент инерции фермы определить как момент инерции ее поясов $J_{\text{п}}$, он будет преувеличен, а следовательно, прогиб преуменьшен. Преувеличение момента инерции будет тем больше, чем меньше жесткость решетки. С учетом деформации решетки момент инерции фермы $J = J_{\text{п}}/\mu$, где $\mu > 1$ — коэффициент, учитывающий влияние деформации решетки. Во многих случаях $\mu \leq 1,1$. Подробнее см. работу [1].

Для стрелы в прямой осью (рис. 18.4, а—е) наибольшее усилие сжатия в поясе

$$S = R/(2 \cos \alpha_1/2) + R'/(2 \cos \alpha_1/2) = \sqrt{V^2 + H^2}/(2 \cos \alpha_1/2) + P_r l/(b \cos \alpha_1/2).$$

Влияние силы давления ветра на наветренную поверхность стрелы учитывается, как обычно. От действия веса стрелы возникает изгибающий момент, причем $M_{\text{max}} = G_2 l \cos \alpha/8$. Влияние этого изгиба может быть значительно уменьшено моментом с обратным знаком $M_0 = N'e$, благодаря смещению оси подъемного блока в точку O_2 (рис. 18.4, з). Если подъемный канат пропустить через укрепленные на стреле кольца, чтобы он изгибался вместе со стрелой, натяжение каната не будет способствовать дополнительному изгибу стрелы. При $a \approx 0,2l$ в пролете и у точки крепления оттяжного каната к стреле O_1 расчетные значения изгибающих моментов будут одинаковы (рис. 18.4, д). В плоскости подвеса влияние веса

стрелы можно значительно снизить, прикладывая сжимающую силу R с эксцентриситетом e , т. е. ось стрелы сместить вверх на величину e по отношению к линии, соединяющей оси концевых блоков и ниж-

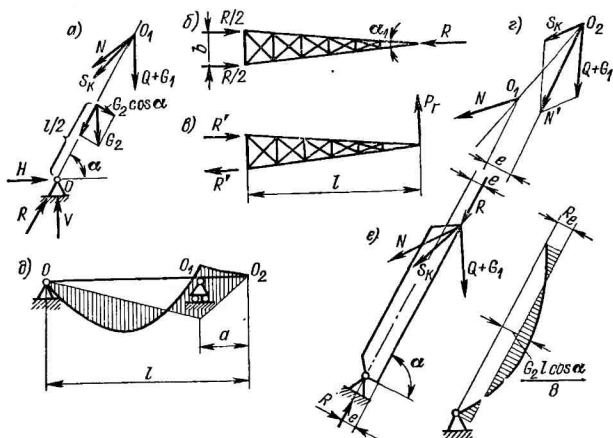


Рис. 18.4. Расчетная схема стрелы с прямой осью

них шарниров стрелы (рис. 18.4, e). Если $e = G_2 l / (25R)$, поперечная нагрузка от веса стрелы не будет влиять на величину критической силы и стрелу можно проверить на устойчивость без учета изгиба от ее веса, как центрально сжатый стержень.

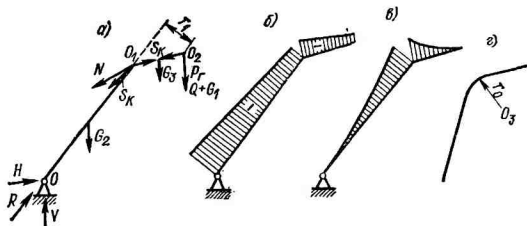


Рис. 18.5. Расчетная схема стрелы с изогнутой осью

Для стрелы с изогнутой осью (рис. 18.5, a) эпюры по длине стрелы сжимающих сил (рис. 18.5, б) и изгибающих моментов (рис. 18.5, в) приведены для случая, когда вес стрелы рассматривается как равномерно распределенная нагрузка. Наибольшее сжатие в корне стрелы вызывает реакция R на направление стрелы. Горизонтальная сила P_r , перпендикулярная чертежу, приложенная

в точке O_2 (рис. 18.5, а), кроме дополнительных усилий в поясах стрелы (см. рис. 18.4, в) вызывает кручение нижней части стрелы моментом $M_{гр} = P_{гр} r_1$ (рис. 18.5, а), что является недостатком стрел этого типа. Для стрел с криволинейной осью (рис. 18.5, з) особенностью расчета являются определения напряжений в криволинейной части, которые должны выполняться по формулам для кривого бруса. При выборе направления подъемного каната вдоль стрелы надо иметь в виду, что, если канат проходит ниже оси стрелы, усилие в канате уменьшает изгибающий момент в стреле от ее веса. Расчет стрел производится в нескольких положениях, в том числе при наибольшем и наименьшем вылетах. На устойчивость проверяется наиболее нагруженная ветвь стрелы. Проверка общей устойчивости стрелы выполняется в плоскости и из плоскости подвеса по схеме внецентренно сжатого стержня с эксцентриситетом в плоскости подвеса, определяемым прогибом от веса стрелы, а из плоскости — прогибом от сил инерции при повороте, от бокового ветра и наклона.

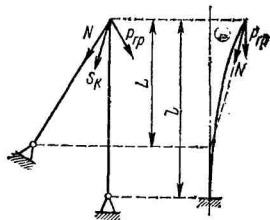


Рис. 18.6. Расчетная схема с учетом влияния оттяжки на устойчивость стрелы

В плоскости подвеса расчетная длина стрелы определяется, как для стержня с двумя шарнирными концами, а из плоскости, — как для стержня с одним заделанным, а другим свободным концом. В последнем случае влияние оттяжки улучшает условия устойчивости стрелы. Когда конец стрелы выходит из плоскости подвеса, усилие в оттяжке N , ранее действовавшее в плоскости подвеса, становится наклонным к ней, отчего возникает составляющая усилия, препятствующая отклонению конца стрелы (рис. 18.6). Для расчета введем коэффициент $k = Nl/(PL)$, где $P \approx N + P_{гр}$ — суммарная нагрузка на стрелу; N — усилие в оттяжном канате; $P_{гр}$ — усилие от груза. Коэффициенту k соответствуют следующие значения коэффициента приведения длины μ (см. § 15.2) для случая абсолютно жесткого основания мест закрепления стрелы и оттяжки [1]:

k	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
μ	2	1,92	1,83	1,75	1,65	1,55	1,44	1,34
k	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,5	2	∞
μ	1,21	1,11	1,00	0,9	0,85	0,77	0,75	0,7

Податливость мест закрепления снижает критическую нагрузку (при наличии оттяжки в меньшей степени, чем при ее отсутствии). Приведенные значения μ показывают, что принятие расчетной длины стрелы $l_{расч} = 2l$, как для стержня с одним заделанным и другим свободным концом, имеет место только при $L = \infty$, т. е. когда влияние оттяжки отсутствует. При $k = 1$ ($l = L$) $l_{расч} = l$,

т. е. в обеих плоскостях стрела является стержнем с двумя шарнирными концами. Наконец, при $L = 0$ $l_{расч} = 0,7l$ и стрела в плоскости, перпендикулярной к подвесу, является стержнем с одним заделанным, а другим шарнирным концом.

Расчет листовых стрел следует вести по материалам, приведенным в гл. 14, пространственных решетчатых — в гл. 4, а безраскосных — в работах [1, 13].

Глава 19

ПОРТАЛЬНЫЕ КРАНЫ

§ 19.1. Типы конструкций и их основные параметры

Типы конструкций портальных кранов в основном зависят от устройства поворотной части, которая может вращаться на поворотной колонне или опираться на поворотный круг, уложенный на портале, и от типа стрелового устройства. Современные тенденции образования крановых металлических конструкций с помощью малого числа крупных элементов коробчатого сечения проявились в конструкциях портальных кранов в наибольшей степени. Основными узлами металлических конструкций портальных кранов являются стрелы, колонны (каркасы) и порталы (полупорталы). В связи с широким за последнее время использованием портальных кранов для монтажно-сборочных работ при постройке судов и для механизации работ на крупных гидротехнических сооружениях резко возросли их параметры. Перспективный ряд отечественных портальных кранов предусматривает грузоподъемность до 400 т на вылете, равном 48 м. Это, а также совершенствование технологии монтажа вызвали применение новых конструктивных форм (краны на колонне вместо кранов на поворотной платформе, часто прямые стрелы вместо шарнирно сочлененных) с коробчатыми и трубчатыми металлическими конструкциями и привели к снижению металлоемкости и трудоемкости изготовления кранов в целом.

В зависимости от конструкции стрелового устройства стрелы могут быть прямые или шарнирно сочлененные с гибкой или жесткой оттяжкой. Прямые стрелы легче шарнирно сочлененных. Так как масса стрелы имеет большое влияние на массу крана в целом, меньшая масса прямых стрел по сравнению с шарнирно сочлененными является основным преимуществом схемы поворотной части крана с прямой стрелой, применяемой в основном для малых и средних грузоподъемностей. Применение легких металлов снижает массу стрел до 50 % и тем рациональнее, чем больше их длина. При этом целесообразны конструкции смешанного типа, у которых из алюминиевых сплавов выполняется лишь верхняя

часть стрелы. Применение низколегированных сталей со значением предела текучести в 1,5 раза бóльшим, чем у углеродистой стали, может дать снижение металлоемкости стрел на 15—20 %.

Шарнирно сочлененные стреловые устройства состоят из стрелы, хобота и оттяжки. Оттяжка может быть жесткой (фермой) из трубы или коробчатого сечения, а также гибкой (канатной). Стрела и хобот представляют собой, как правило, листовые коробчатые конструкции (рис. 19.1) переменного сечения по длине. Хобот позволяет иметь бóльшие габариты груза в верхнем положении. Однако вес хобота сильно нагружает стрелу, а горизонтальная сила, приложенная к концу хобота, вызывает скручивающий стрелу момент. Поэтому следует иметь минимальную длину хо

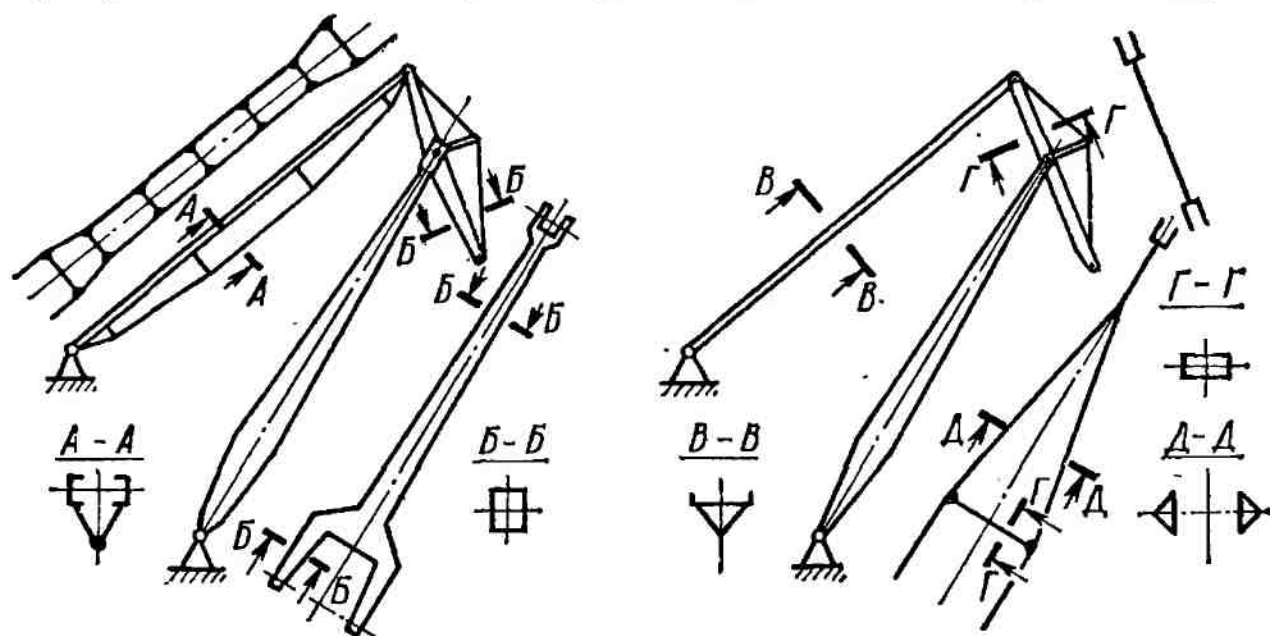


Рис. 19.1. Схемы стреловых систем, состоящих из шарнирно сочлененных стрелы, хобота и оттяжки

бота, в особенности при гибкой оттяжке, которая не ограждает стрелу от кручения. Это более существенно для решетчатых стрел, так как коробчатые хорошо сопротивляются кручению. Общая масса шарнирно сочлененных стрел превосходит массу прямых стрел тех же параметров, т. е. тех же вылета и грузоподъемности. Для хоботов, а при больших вылетах и для стрел рациональна шпренгельная система.

В зависимости от конструкции поворотной части крана нагрузки на портал передаются через колонны или каркасы. Колонна обычно имеет листовую конструкцию, чаще прямоугольного сечения, а иногда круглого. Каркасы бывают раскосной и безраскосной (рамной) конструкции из элементов коробчатого сечения [13].

Схема портала (полупортала) зависит от назначения и параметров крана. Обычно под порталом (полупорталом) проходят железнодорожные пути, по количеству которых порталы (полупорталы) получают названия одно-, двух- и трехпутных. При этом внутренний контур портала должен удовлетворять требованиям ГОСТ 9238—73 габаритов приближения строений. Полупорталы

применяются значительно реже, чем порталы. База крана назначается из конструктивных соображений в зависимости от размеров поворотной части, числа ходовых колес и допустимого давления на колесо и проверяется из условий устойчивости.

Высота порталов (полупорталов) определяется условиями производства работ и обеспечением видимости крановщику, например, у портовых и судостроительных кранов при обслуживании крупных судов порталы снабжают надстройками башенного типа,

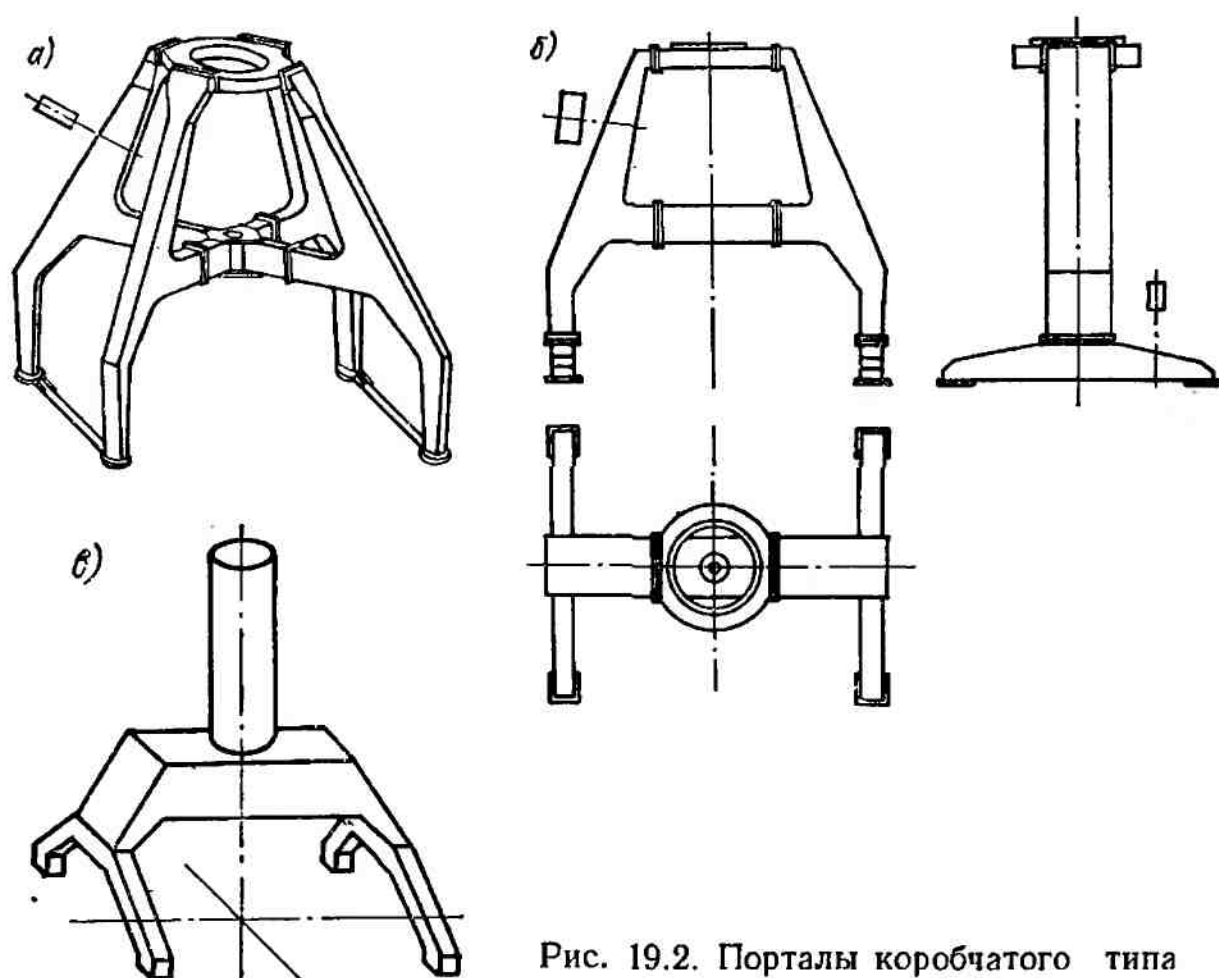


Рис. 19.2. Порталы коробчатого типа

а у полупорталов прибегают к изогнутой форме ригеля или к надстройкам на нем. При установке поворотной части крана на платформе опора для кругового рельса осуществляется в виде кольцевой балки или системы прямолинейных балок. При установке поворотной части крана на вращающейся колонне для укрепления последней применяются ригели в двух горизонтальных плоскостях (рис. 19.2, а, б). На рис. 19.2, в приведена схема рамно-башенного портала, у которого верхнее строение вращается на поворотном круге.

Конструктивно порталы выполняются в настоящее время листовыми (рис. 19.2). Коробчатые порталы благодаря жесткости коробчатого профиля во всех направлениях не нуждаются в решетках в боковых гранях, а иногда и в затяжках. Это не только упрощает конструкцию, но и не создает препятствий для проезда под порталом, что особо важно для портовых кранов. Для коробчатых конструкций нередко используются гнутые и штампованные элементы, что дополнительно упрощает и удешевляет изготовление.

Для четырехопорных порталов неравномерность давлений на опоры, вызываемая неровностями и просадками подкранового пути, уменьшается с увеличением податливости портала в вертикальной плоскости. По данным экспериментальных исследований, наиболее жесткими являются порталы с крестообразными ригелями (рис. 19.2, а), а наименее жесткими, благодаря деформациям ходовых балок, — двухстоечные порталы (рис. 19.2, б, в). Исследования оптимальных параметров конструкций выполнялись раздельно для стреловых устройств и для порталов, чему посвящено много работ. Если оптимизируются элементы существующей конструкции при сохранении технологии ее изготовления, то критерием оптимальности служит вес конструкции; если конструкция новая — то себестоимость изготовления, а наиболее точно — приведенные затраты. При этом дополнительными критериями могут быть пологость траектории груза при изменении вылета и др.

§ 19.2. Расчетные нагрузки и их комбинации

Расчетные нагрузки для металлических конструкций порталных кранов и их расчетные комбинации приведены в табл. 19.1. Примечания к таблице:

1. Комбинации нагрузок предусматривают работу следующих механизмов: Ia и IIa — кран, поворотная часть и стреловое устройство неподвижны, работает механизм подъема; Ib и IIb — кран с грузом, механизмы подъема, вращения и передвижения не работают, работает механизм изменения вылета; Ic и IIc — кран с грузом, механизмы подъема, изменения вылета и передвижения не работают, работает механизм вращения; Id и IIId — кран без груза, поворотная часть и стреловое устройство неподвижны относительно портала, работает механизм передвижения. Кроме трех основных случаев нагрузок могут быть случаи особых нагрузок (см. § 12.5).

2. Коэффициенты динамичности принимаются по табл. 19.2.

3. Углы отклонения канатов принимаются по табл. 19.3.

4. Коэффициенты толчков $k'_r = 1,1$ и $k_r = 1,2$.

5. P_k , P_n , P_{in} , P_{pn} — см. формулы (10.43), (10.44), (10.45) и (10.46). При этом при расчетах на сопротивление усталости для P_k , P_{in} и P_{pn} [см. формулы (10.43), (10.45) и (10.46)] пуски и торможения считаются плавными, а при расчетах на прочность от постоянных нагрузок принимается резкий пуск (торможение) и $t_1 \geq 0,5\tau$ (см. рис. 10.4), т. е. значения P_{in} и P_{pn} надо считать вдвое большими.

6. P_{min} определяется по ГОСТ 1451—77.

7. При расчетах на прочность для грейферных кранов по комбинации нагрузок IIa вместо Q принимается $1,1Q$ с учетом возможного переполнения грейфера. Для влажных, липких материалов рекомендуется принимать $1,25Q$.

Для отыскания максимальных нагрузок на отдельные элементы крана необходимо рассмотреть их при различных вылетах и углах

Таблица 19.1
Расчетные нагрузки для металлических конструкций порталных кранов (по данным завода ПТО им. С. М. Кирова)

Виды нагрузок	Случаи нагрузок										
	I			II							
	Комбинации нагрузок										
	Ia	Ib	Ic	Id	IIa	IIb	IIc	IIId	—	—	—
Вес элементов крана	G										
Вес груза Q (включая G ₃ грузозахвата) с учетом динамических коэффициентов ψ	ψ _I Q ₃	Q ₃	Q ₃	G ₃	ψ _{II} Q	Q	Q	Q	α _{тII}	G ₃	G ₃
Угол отклонения грузовых канатов от вертикали в плоскости качения стрелы α _d и в плоскости, ей перпендикулярной, α _t . α _K = 6° — угол косого подъема	—	α _{dI}	α _{tI}	0,5α _{dI}	α _K	α _{dII}	α _{tII}	0,4α _{dII}	—	—	—
Коэффициент толчков	—	—	—	k' _т	—	—	—	k _т	—	—	—
Касательные и центробежные силы инерции при пуске или торможении механизма вращения	—	—	0,5P _K ; 0,5P _п	—	—	—	P _K ; P _п	—	—	—	—
Силы инерции при пуске или торможении механизма изменения вылета	—	0,5P _п	—	—	—	P _п	—	—	—	—	—
Силы инерции при пуске или торможении механизма передвижения	—	—	—	0,5P _п	—	—	—	P _п	—	—	—
Давление ветра	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

поворота в плане. Следует иметь в виду, что отдельные элементы конструкции могут иметь максимальные нагрузки при ненагруженном кране. Вес порталных кранов G зависит главным образом от грузового момента QR на наибольшем вылете R . С увеличением QR снижается относительное значение веса порталных кранов $g = G/(QR)$ на единицу грузового момента. Так, при $QR = 100^2 \text{ кН}\cdot\text{м}$ $g \approx 0,4 \text{ кН}/(\text{кН}\cdot\text{м})$, а при $QR = 2500 \text{ кН}\cdot\text{м}$ $g \approx 0,6 \text{ кН}/(\text{кН}\cdot\text{м})$ и при дальнейшем уменьшении величины QR резко возрастает. Качественно такая же закономерность имеет место в отношении веса стрел порталных кранов [13]. Вес порталов составляет 20—30 % от веса portalного крана. Здесь больший процент относится к кранам малой, а меньший —

Таблица 19.3

Расчетные углы отклонения
грузовых канатов от вертикали

Таблица 19.2

Коэффициенты
динамичности

Режим работы крана	ψ_I	ψ_{II}
С	—	1,3
Т	1,3	1,5
ВТ	1,4	1,6

Тип крана (режим работы)	$\alpha_{\sigma I}$	$\alpha_{\tau I}$	$\alpha_{\sigma II}$	$\alpha_{\tau II}$
	...°			
Грейферный (ВТ)	6,5	5,5	17	15
Крюковой (Т)	5	4,5	13,5	12
Монтажный	—	—	6	6

к кранам большой грузоподъемности. Эквивалентная величина груза для расчетов металлических конструкций порталных кранов на сопротивление усталости, по данным ЛЗ ПТО им. С. М. Кирова: для крюковых кранов тяжелого режима работы $Q_3 = 0,85Q$, а для грейферных — весьма тяжелого режима работы $Q_3 = Q$. Исследования величин эксплуатационных вылетов R портовых порталных кранов показывают, что зона наиболее вероятных вылетов для груженого крана составляет $(0,7 \div 0,9) R$, а для крана без груза — $(0,3 \div 0,4) R$. Грейферные и крюковые тяжелого режима порталные краны следует рассчитывать на неограниченное сопротивление усталости, т. е. по числу циклов, равному базовому.

§ 19.3. Особенности расчета

Прямые стрелы рассмотрены в гл. 18. Особенностью прямых стрел порталных кранов является то, что в общем случае со стрелой связаны оттяжные канаты подвижного противовеса и тяга для изменения вылета, усилия в которых изменяются при качании стрелы и определяются при расчете механизма изменения вылета. При качании стрелы изменяются также углы наклона всех действующих на стрелу сил по отношению к ее продольной оси. Для расчета эти переменные величины удобнее задавать не в табличной, а в графической форме в зависимости от вылета стрелы.

Усилие в подъемных канатах зависит от расчетной комбинации нагрузок (см. табл. 19.1). При угле отклонения канатов α_j следует рассмотреть случаи отклонений канатов как в сторону наибольшего, так и в сторону наименьшего вылета. Вес стрелы G и касательную силу инерции массы стрелы P_k при пуске или торможении механизма вращения рассматривают либо как распределенные по длине стрелы, либо как сосредоточенные силы.

При проверке общей устойчивости стрелы должна быть учтена переменность сечения по длине. Из-за трудности учета совместного действия сжатия и изгиба при переменности поперечного сечения стрел по длине вместо проверки общей устойчивости следует производить их расчет на прочность по схеме деформированной конструкции с учетом начальных несовершенств (см. § 15.4).

Расчет шарнирно сочлененных стрел при работе механизма вращения рассмотрен в § 9.2. Хобот является балкой на двух опорах (см. рис. 9.5). При стреле с гибкой оттяжкой такими опорами являются в плоскости стрелы — стрела и оттяжка, а в плоскости, перпендикулярной к стреле, — две опоры в оголовке стрелы. При стреле с жесткой оттяжкой опорами хобота в обеих плоскостях являются стрела и оттяжка.

В результате исследования хобота шпренгельной конструкции (см. рис. 19.1) установлено, что ее можно принимать за систему с двумя лишними неизвестными (два шарнирно укрепленных к балке и стойке подкоса) с учетом деформаций, обусловленных изгибающими моментами и нормальными силами (два члена формулы Мора). Расчет хобота следует производить при максимальном вылете стрелы. За лишние неизвестные принимаются усилия в подкосах. Расчет в предположении абсолютно жестких узлов при присоединении подкосов к стойке и балке дает незначительное уточнение значений напряжений, существенно усложняя расчет (шесть лишних неизвестных вместо двух). Учет переменности моментов инерции по длине балки, очень усложняя расчет по сравнению с расчетом в предположении постоянного момента инерции средней величины, уточняет расчетные напряжения незначительно, и этим можно пренебречь. С другой стороны, учет нормальных сил при определении коэффициентов канонических уравнений метода сил заметно уточняет расчетные напряжения и их необходимо учитывать. Так как для расчета хоботов сечениями его элементов приходится задаваться, можно делать это на основании предварительного расчета от действия только вертикальной силы при стреле на максимальном вылете и без учета деформаций, вызываемых нормальными силами в изгибаемых элементах.

Колонны имеют листовую конструкцию и воспринимают усилия как в плоскости, так и из плоскости качания стрелы. Расчет производится при крайних и среднем вылетах стрелы [13].

Расчет металлической конструкции порталов производится по нагрузкам, приведенным в табл. 19.1. Все нагрузки, передающиеся от поворотной части крана на портал (полупортал), можно свести

к следующим системам сил (рис. 19.3): M_{π} — момент в вертикальной плоскости, который можно разложить на моменты в плоскостях вдоль и поперек подкранового пути; H — горизонтальная сила, которую можно разложить на направления вдоль и поперек подкранового пути; M_{Γ} — момент в горизонтальной плоскости; N — вертикальная сила, действующая по оси вращения крана.

Силы, действующие на портал, уравниваются опорными реакциями. Определение давлений при четырех опорах является статически неопределимой задачей, так как имеются только три уравнения статики: $\sum V = 0$; $\sum M_x = 0$, $\sum M_y = 0$. Недостающее четвертое уравнение можно получить исходя из условий деформаций. Если предположить портал и его основание абсолютно

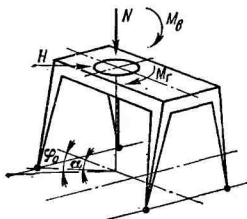


Рис. 19.3. Схема сил, действующих на портал

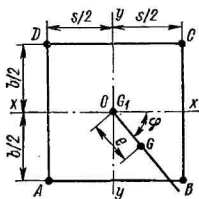


Рис. 19.4. Схема к определению опорных давлений портала

жесткими, то задача становится статически определимой. Пусть (рис. 19.4) G — равнодействующая всех вертикальных сил, приложенных к поворотной части крана на расстоянии e , а G_1 — вес неповоротной части. Тогда момент Ge разложится на $M_x = Ge \cos \varphi$ и $M_y = Ge \sin \varphi$ и опорные давления будут равны:

$$\left. \begin{aligned} V_A &= (G_1 + G)/4 - Ge \cos \varphi/(2s) + Ge \sin \varphi/(2b); \\ V_B &= (G_1 + G)/4 + Ge \cos \varphi/(2s) + Ge \sin \varphi/(2b); \\ V_C &= (G_1 + G)/4 + Ge \cos \varphi/(2s) - Ge \sin \varphi/(2b); \\ V_D &= (G_1 + G)/4 - Ge \cos \varphi/(2s) - Ge \sin \varphi/(2b). \end{aligned} \right\} \quad (19.1)$$

Максимум наибольшего давления на опору B определяется из условия $dV_B/d\varphi = 0$, т. е. $-\sin \varphi_0/s + \cos \varphi_0/b = 0$, откуда

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = s/b. \quad (19.2)$$

В случае, когда угол φ_0 незначительно отличается от угла α (см. рис. 19.3), в целях упрощения расчетов можно принимать ось стрелы, проходящей через ось ноги портала.

Так как в реальной действительности имеет место суммарная погрешность изготовления портала и неровностей пути h , то при ненагруженной и невесомой конструкции на основание будут опираться только три опоры. Четвертая опора коснется рельса

в результате деформации портала, причем при этом произойдет изменение опорных давлений, установленных формулой (19.1). Исследования показывают, что давление под любой из опор можно определить по формуле

$$R = R_0 \mp \Delta R = R_0 \mp ch, \quad (19.3)$$

где R_0 — опорное давление, определяемое по формулам (19.1); c — вертикальная жесткость портала c_n и основания c_0 , причем

$$c = \frac{1}{1/c_n + 1/c_0} = \frac{c_1 c_0}{c_n + c_0}.$$

Знак «минус» в формуле (19.3) действителен для двух диагонально расположенных опор, под одной из которых имеется зазор, знак «плюс» — для двух других опор. Опорные давления от действия M_v и N вычисляются по формуле (19.3); опорные реакции от действия H вдоль путей — приложенными к тормозным колесам, от действия H поперек путей — распределенными на четыре опоры, от действия M_r — приложенными к двум по диагонали расположенным опорам и направленными поперек рельсов.

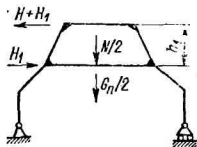


Рис. 19.5. Схема нагружения плоской рамы портала крана с вращающейся колонной

Так как распор, вызванный весом крана, исчезнет при перекатывании портала в процессе монтажа (см. § 9.4), колею портала следует изготовить уже номинала на величину деформации ног под действием веса крана. Наибольшая расчетная величина распора H может быть получена от веса груза, приложенного по оси вращения крана, и вертикальных нагрузок на одну сторону портала, возникающих от действия момента M_v при направлении стрелы вдоль путей. В случае поворота стрелы у неподвижно стоящего крана на 180° возможно изменение вертикальных нагрузок на одну сторону портала от суммарного действия моментов, равного $2M_v$, что приведет к удвоению величины распора. Распор следует учитывать при комбинациях нагрузок Ia и IIa. Так как при наличии зазоров в ходовых частях величина распора у неподвижно стоящего крана может уменьшиться практически до нуля, элементы портала, которые разгружаются при действии распора, рассчитываются без его учета.

Портал крана с вращающейся колонной (см. рис. 19.2, а) представляет собой пространственную конструкцию, состоящую из двух одинаковых рам, расположенных по диагоналям опорного контура и соединенных между собой в верхней части кольцевым оголовком, в средней — крестовиной и внизу — затяжками. Момент M_v при положении стрелы вдоль рамы передается на нее в виде двух горизонтальных сил (рис. 19.5) $H_1 = M_v/h_1$ (вторая рама находится почти под прямым углом к первой и при этом момента M_v не воспринимает). На верхний ригель передается также сила H (см. рис. 19.3). Момент M_r вызывает в портале малые на-

пряжения, которые можно не учитывать. Сила N передается через опорный подшипник на крестовину и воспринимается поровну двумя рамами. Вес портала G_{Π} принимается приложенным по его оси.

В этой конструкции портала возможно полное выключение из работы одной из диагональных рам, что должно быть учтено путем условного нагружения диагональной рамы полным вертикальным давлением, действующим на портал, когда при этом он оказывается опирающимся фактически лишь на две опоры. Более опасным для рамы из-за наклона ног является случай отсутствия распора, поэтому рама рассчитывается как внешне статически определимая система. Моменты инерции расчетной рамы на прямых участках принимаются постоянными, равными среднему арифметическому моментов инерции на границах участков у изломов; кольцевой оголовки с моментом инерции сечения относительно горизонтальной оси J_x в расчетной раме заменяется условной прямой балкой с моментом инерции $J_{\text{эк}} = 2J_x$.

Основные преимущества двухстоечных порталов (см. рис. 19.2, б, в) состоят [в меньшей вертикальной жесткости и, следовательно, в меньшей чувствительности к неровностям пути и большей технологичности изготовления. По сравнению с порталами (см. рис. 19.2, а) они имеют меньшую себестоимость. Портальные краны должны иметь удобные входы с земли на портал и в кабину, а также к лестницам, расположенным выше портала. Должен быть обеспечен безопасный выход с лестницы портала на площадку, расположенную вокруг оголовка портала, при любом положении поворотной части крана. Общие требования к площадкам и лестницам см. в работе [13].

Глава 20

БАШЕННЫЕ КРАНЫ

§ 20.1. Типы конструкций и их основные параметры

Типы конструкций башенных кранов зависят от их параметров, которые весьма различны для основных типов кранов — строительных, судостроительных и молотовидных. Особенно большое развитие получают за последнее время строительные башенные краны в связи с использованием их для строительства высотных зданий, а также для промышленного и гидротехнического строительства [4].

Металлические конструкции строительного башенного крана состоят из следующих основных частей: стрелы, башни, портала или верхней платформы и рамы ходовой тележки.

Стрелы строительных башенных кранов разделяются по способу изменения вылета на подъемные, состоящие из прямой или изогнутой стрелы (с гуськом), и балочные, по которым переме-

щается тележка. Подъемные стрелы выполняются из уголкового профиля с прямоугольным поперечным сечением или из труб с прямоугольным или треугольным поперечным сечением. Последние легче, и потому предпочтительнее. Решетка или простая раскосная, или однораскосная, когда все раскосы работают только на растяжение. Раскосы из труб более рациональны, чем из уголков, так как они лучше работают на продольный изгиб. Иногда стрелы делаются листовыми. Для уменьшения массы подъемные стрелы делаются переменного поперечного сечения по длине (см. гл. 18). Балочные стрелы имеют одну, реже две (при больших вылетах свыше 45 м) канатные подвески. При одной канатной подвеске балочная стрела имеет двухопорную расчетную схему. При этом место крепления оттяжки выбирается из условия равенства максимальных изгибающих моментов у места крепления оттяжки и в пролете подобно показанному на рис. 18.4, д. Балочные стрелы — решетчатые треугольного поперечного сечения из труб (см. рис. 17.2, з), но пути для перемещения тележки обычно связаны с нижними поясами, которые выполняются не трубчатыми. Стрелы судостроительных и тяжелых монтажных башенных и молотовидных кранов с передвижением тележек по нижним поясам главных ферм конструктивно выполняются как консоли мостовых перегружателей с поперечными рамами П-образного типа (см. рис. 17.4); при передвижении тележек по верхним поясам — как крановые мосты решетчатой или листовой конструкции (см. гл. 16).

Схема башни зависит от назначения и параметров крана. Для строительных башенных кранов применяются схемы с неподвижной башней, при которой стрела вращается вокруг башни, а башня заканчивается порталом, или с вращающейся, опирающейся на портал или на тележку с поворотной рамой. Конструктивно башня может быть выполнена из одной трубы, но чаще из ферм призматических или пирамидальных с прямоугольным поперечным сечением. Грани ферм совместно с поперечными диафрагмами образуют пространственную жесткую систему. Так как нагрузка на верхнюю часть башни всегда меньше, чем на нижнюю, в ряде случаев рационально давать башне переменное сечение по высоте. Переменность сечения башни иногда объясняется применением телескопически раздвижных конструкций, башни которых можно наращивать как сверху, так и снизу. Стыки отдельных секций башен, перевозимых целиком, без разборки на плоские фермы, наиболее удобны на фланцевых соединениях, при которых сжимающее усилие в стыках передается через плоскости фланцев. Для судостроительных и портовых башенных кранов применяются передвигающиеся башни, реже — неподвижные. Башни кранов на поворотной платформе имеют вид высоких порталов, а башни кранов на поворотной колонне аналогичны башням строительных кранов. Схемы основных решеток башни — раскосные, с дополнительными стойками, а для особо легких конструкций — без дополнительных стоек. В смежных плоскостях решетки располагают по схеме

на рис. 4.3, чтобы пояса башни не получали дополнительных усилий от кручения.

Анализ применения низколегированных сталей и сталей высокой прочности (см. § 11.1) подтвердил, что эти стали дают эффективное снижение массы только в конструкциях, где сечения элементов определяются условиями прочности. Эти стали нецелесообразно применять в тех случаях, когда решающее значение имеет жесткость. Поэтому рекомендуется применять бистальные конструкции, в которых элементы, выбираемые из условий жесткости, выполняют из углеродистых сталей. Так, например, если пояса стрел выполняются из низколегированных сталей или сталей высокой прочности, раскосы следует делать из углеродистой стали, так как они подбираются по гибкости.

Вместо решения общей задачи оптимизации всех металлических конструкций крана в целом, что весьма сложно, можно решать отдельно задачи оптимизации стрел и башен. Такой подход значительно сокращает количество необходимых вычислений. Так как размеры конструкции, оптимальные по массе, могут не совпадать с размерами, оптимальными по стоимости, в качестве критериев оптимальности использовались независимо масса и стоимость конструкций и проводилось их сопоставление. При этом, например, учитывалось, что при применении низколегированных сталей масса конструкции снижается, а трудоемкость изготовления 1 т конструкций увеличивается. Анализ полученных результатов позволил сделать следующие основные выводы [4]: при использовании в качестве критериев оптимальности массы или стоимости оптимальные значения параметров решетчатых стрел и башен практически одинаковы; стоимость материала в общей стоимости конструкций составляет от 72 % (для малых кранов) до 92 % (для высоких кранов с большими грузовыми моментами); стоимость трубчатых и уголковых конструкций из низколегированной стали ниже, чем из углеродистой стали, при любых сочетаниях заданных параметров.

Оптимальное проектирование подъемных стрел включает вопросы формы поперечного сечения и очертания стрел. Для выбора наиболее выгоднейшего типа сечения сравнивались по массе в условиях равных длин и одинаковых нагрузок трех- и четырехгранные стрелы. Рассматривались стрелы постоянного сечения по обычной расчетной схеме для сжато-изогнутых стрел. Треугольные стрелы во всем диапазоне изменения действующих на них нагрузок на 11—18 % легче четырехгранных. Теоретическое оптимальное очертание стрелы в плане криволинейно. Оно выражается уравнением [1]

$$h^2(x) = h_k^2 x [f(1 - x/l_c) + 1]/l_c,$$

где $h(x)$ — ширина стрелы длиной l_c в сечении, расположенном на расстоянии x от головки стрелы; h_k — ширина стрелы в корне; f — безразмерный коэффициент, $f = N l_c^2 / (E F_1 h_k^2)$, где N — продольное

усилие в стреле; F_1 — площадь поперечного сечения нижнего пояса. Величина h_k определяется из условий прочности пояса в зависимости от продольного усилия в стреле N и поперечной силы Q , приложенной к головке стрелы перпендикулярно к плоскости подвеса. Хорошее приближение к криволинейному очертанию дает очертание, при котором нижняя грань стрелы от корня на длине от 0,2 до 0,5 l_c выполняется в виде прямоугольника, а на остальном участке — в виде трапеции. Длина панели поясов стрелы исследовалась в зависимости от ее гибкости, наибольшее влияние на которую оказывают механические характеристики стали. Размер панели пояса обычно принимается постоянным по длине стрелы. При определении оптимальных значений высоты поперечного сечения стрелы h_c удобно использовать относительную высоту $h_c = h_c/l_c$, практически зависящую лишь от длины стрелы и характеристики стали. Она, естественно, увеличивается при возрастании длины стрелы, уменьшается при увеличении характеристики стали и определяется по формуле $h_c = 0,030 + \alpha (l_c - 10)$, где $\alpha = \alpha_1$ при $\alpha_1 > 0$ и $\alpha = 0$ при $\alpha_1 \leq 0$; $\alpha_1 = 0,25 \cdot 10^{-4} \div 0,045 R \times 10^{-7}$; R — расчетное сопротивление стали поясов, МПа; l_c — длина стрелы, м [1].

Оптимальное проектирование неповоротных решетчатых башен квадратного сечения для кранов с верхним противовесом рассмотрено при изменении грузового момента $M_r = 1000 \div 10\,000$ кН·м, длины стрелы $l_c = 25 \div 50$ м и высоты башни $l_b = 20 \div 60$ м при углеродистых и низколегированных сталях. Исследовались башни с постоянным и со ступенчато изменяющимся сечением. В последнем случае принималось, что башня высотой 40 м имеет два участка длиной по 20 м с различными сечениями, а высотой 60 м — три. Ширина сечения и гибкость панели пояса на каждом участке принимались оптимальными. Анализ полученных результатов позволил сделать следующие выводы [4]: 1) оптимальная гибкость пояса λ_{c_0} башни для всех сталей практически зависит только от ширины башни и грузового момента крана, а ее значения не превышают 70; 2) гибкость λ_{c_0} и соответствующее ей значение массы башни G_0 не зависят от характеристики стали раскосов, поэтому бистальные башни дешевле башен, целиком выполненных из низколегированных сталей; 3) оптимальная ширина башни колеблется от $a_0 = 1,4 \div 1,6$ м для кранов с l_b до 40 м и $M_r = 2000$ кН·м до $a_0 = 3,8 \div 4,1$ м для кранов с большими параметрами; таким образом, у тяжелых кранов оптимальная ширина превышает габаритную ширину целиком перевозимой квадратной башни, равную 2,8 м; в наиболее невыгодных случаях уменьшение ширины до габаритных размеров вызывает увеличение массы башни по сравнению с минимальной до 20 %; оптимальные значения ширины трубчатых и уголкового башен совпадают; 4) для башен наиболее рациональна ромбическая (ж-образная) решетка. Для поворотных башен в основном сохраняются выводы, полученные для неповоротных башен.

§ 20.2. Расчетные нагрузки и их комбинации

Нормы расчета строительных башенных кранов регламентированы ГОСТ 13994—81. Судостроительные и молотовидные краны рассчитываются по методу допускаемых напряжений. Их нагрузки соответствуют нагрузкам кранов общего назначения (см. гл. 12). При расчетах строительных башенных кранов в зависимости от области применения устанавливаются три класса ответственности крана: I — подача бетона на гидротехническом строительстве; II — все виды строительства, за исключением указанных для классов I и III, обслуживание складов; III — малоэтажное и сельское строительство. В зависимости от назначения элементов крана устанавливаются три класса ответственности элементов: I — ходовая рама, поворотная платформа, башня и кабина машиниста с узлами их крепления; II — стрела и узлы ее крепления, противовесная консоль; III — все узлы крана, за исключением указанных в классах I и II.

В расчетах крана должны учитываться нормативные и случайные нагрузки в сочетаниях, указанных в табл. 20.1.

Примечания к таблице.

1. Знак + обозначает, что нагрузка учитывается, а знак —, что такой нагрузки нет. Направления нагрузок в каждом сочетании должны приниматься наиболее неблагоприятными для крана или его элементов.

2. Для нормативных нагрузок нагрузка ветровая и от поворота (максимальный момент, развиваемый двигателем или тормо-

Таблица 20.1

Сочетания нагрузок для расчета
металлических строительных башенных кранов
(выборка из ГОСТ 13994—81)

Нагрузки	Наименование нагрузки	Нагрузки для номеров сочетаний					
		2	3	4	5	6	7
Нормативные	Вес крана	+	+	+	+	+	+
	» груза	+	—	+	+	—	—
	Ветровая:						
	в рабочем состоянии крана	+	+	+	—	—	—
	» нерабочем » »	—	—	—	—	+	—
	Динамическая при повороте	+	—	—	—	—	—
Случайные	Перегрузка веса груза	+	—	+	+	—	—
	Ветровая (пульсация ветра):						
	в рабочем состоянии крана	+	+	+	—	—	—
	» нерабочем » »	—	—	—	—	+	—
	Динамические:						
	при подъеме и опускании груза	+	—	—	—	—	—
	» повороте	+	—	—	—	—	—
	» передвижении крана	+	+	—	—	—	—

зом механизма поворота) принимаются по своему статическому действию. Для случайных нагрузок учитываются динамические воздействия, вызванные колебаниями масс крана и груза вследствие пульсации скоростного напора ветра и пуска или торможения механизмов.

3. В расчетных сочетаниях, учитывающих ветровую нагрузку, должен учитываться наклон основания крана по направлению, совпадающему с направлением ветра. При расчетах металлических конструкций наклон основания крана к горизонтали принимается равным не менее, чем $0,05/B + 0,004$, где B — база (колея) крана, м.

Таблица 20.2

Сочетания нагрузок для расчета элементов металлических конструкций строительных башенных кранов (выборка из ГОСТ 13994—81)

Узел крана	Порядковые номера сочетаний нагрузок по табл. 20.1
Ходовые тележки, поворотная платформа, портал, ходовая рама, башня, подкосы башни, стрела, гусек, противовесная консоль	2, 3, 6
Оголовок башни, распорка	2
Части конструкции, нагружаемые при монтаже (демонтаже)	3
Части конструкции, нагружаемые при погрузке и перебазировании крана	7

4. Сочетания нагрузок для расчета элементов конструкций должны выбираться в соответствии с табл. 20.2.

Нормативные нагрузки характеризуются их абсолютными значениями, а случайные — среднеквадратическими.

Таблица 20.3

Коэффициент надежности n_1 по ГОСТ 13994—81

Класс ответственности крана	Класс ответственности элемента		
	III	II	I
III	4,0	4,5	5,0
II	4,5	5,0	5,5
I	5,0	5,5	6,0

Обеспечение прочности элементов металлических конструкций см. в § 12.6. Коэффициент перегрузки определяется по формуле

$$n = 1 + n_1 n_2, \quad (20.1)$$

где n_1 — коэффициент надежности, принимаемый для рабочего состояния по табл. 20.3; для нерабочего состояния $n_1 = 3$; n_2 — коэффициент изменчивости, определяемый по одной из следующих формул:

$$n_2 = \sqrt{\sum P_i^2 / P_n}; \quad n_2 = \sqrt{\sum M_i^2 / M_n}; \quad n_2 = \sqrt{\sum \sigma_i^2 / \sigma_n}.$$

Здесь P_i , M_i и σ_i — усилие, момент и напряжение от среднеквадратического значения учитываемой случайной нагрузки, а P_n , M_n и σ_n — от нормативной. Коэффициент перегрузки веса конструкции $n = 1$. При расчете элементов крана на нагрузки, возникающие во время монтажа крана и выдвижения башни, коэффициент перегрузки n принимается в зависимости от грузового мо-

мента крана: до 25 т·м — 1,3; свыше 25 до 200 т·м — 1,15 и свыше 200 т·м — 1,1.

Масса металлической конструкции в процентах от массы крана составляет:

для кранов с поворотной колонной	55—60
» » » неповоротной »	60—65
» » » телескопической или подрачиваемой снизу колонной	70—80

Весьма большое значение имеет масса стрелы: для кранов грузоподъемностью 3—15 т она составляет 0,2—0,4 т/м.

§ 20.3. Особенности расчета

Усилия в элементах металлических конструкций от нормативных нагрузок должны определяться с учетом упругих деформаций стрелы, гуська, башни и основания, на котором установлен кран, а также возможных производственных отклонений от номинальных размеров. Направление деформаций следует принимать такое, при котором рассчитываемые элементы максимально приближаются к предельному состоянию по прочности. В частности,

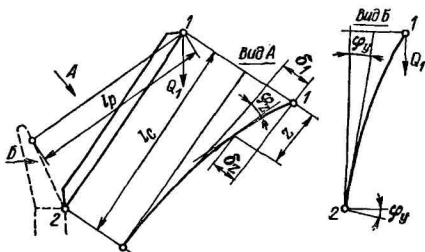


Рис. 20.1. Схема для расчета стрел деформационным методом

увеличение вылета за счет деформаций может достигать 1—1,5 м, что влечет за собой в ряде случаев повышение грузового момента на 10—15 %.

Для сжатых и сжато-изогнутых стрел и башен вместо проверки их на общую устойчивость следует производить определение напряжений по деформационному способу (см. § 15.4). При этом наибольшую величину производственных отклонений следует принимать $e' = l/800$, где l — длина стрелы или башни, считая, что по длине отклонения изменяются по синусоидальному закону.

Изгибающие моменты и поперечные силы в подъемной стреле (и гуське), возникающие вследствие деформаций, надлежит определять как в плоскости подвеса (см. § 15.4), так и из плоскости

подвеса. Изгибающие моменты ΔM в подъемной стреле при деформациях из плоскости подвеса (рис. 20.1) будут равны

$$\Delta M = N_c \delta_z + (Q_1 \varphi_y - \delta_1 N_p / l_p) z, \quad (20.2)$$

где N_c — продольное усилие в стреле; δ_z — расстояние от рассматриваемого сечения в деформированном состоянии до прямой, проходящей через головку стрелы параллельно касательной к изогнутой оси стрелы в ее основании; Q_1 — вертикальная нагрузка, действующая на головку стрелы; φ_y — угол поворота от расчетных нагрузок основания стрелы из плоскости подвеса; $\delta_1 = \delta_z$ при $z = l_c$; N_p и l_p — усилие в стреловом расчале, которое дает составляющую, уменьшающую прогиб стрелы, и его длина. Обычно можно учитывать только поправку ΔM первого приближения, так как моменты второго приближения весьма малы.

Поперечные силы ΔQ в подъемной стреле (гуське) при деформациях из плоскости подвеса равны

$$\Delta Q = N_c \varphi_z + Q_1 \varphi_y - \delta_1 N_p / l_p, \quad (20.3)$$

где φ_z — угол между касательными к изогнутой оси стрелы в рассматриваемом сечении и в основании. Определение ΔM и ΔQ в плоскости подвеса особенностей не имеет и производится по общим указаниям, приведенным в § 15.4.

Сжатые пояса должны быть проверены на устойчивость на длине панели. Наибольшее расчетное усилие в поясе башни квадратного поперечного сечения N будет при расположении стрелы в диагональной плоскости башни, когда

$$N = P/4 + M/(1,4a), \quad (20.4)$$

где P — вертикальная нагрузка на основание; a — расстояние между центрами тяжести поясов по грани башни; M — передающийся на башню изгибающий момент.

Решетки башен испытывают усилия от ветровой нагрузки. Для расчета башни следует рассмотреть несколько положений подъемной стрелы. Это видно из того, что при ветре, перпендикулярном к плоскости подвеса стрелы при высшем ее положении, башня испытывает наибольший изгибающий момент. Расчет решетчатых башен на кручение можно производить по той же методике, что и решетчатых стрел (см. § 4.3).

Если по нижним полкам двутавровых балок перемещается тележка, проверка напряженного состояния полок должна быть произведена с учетом местного давления колес (см. § 16.2). Сами балки рассчитываются как неразрезные, и из этого же условия определяется нагрузка от них на узлы решетки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. Гохберг М. М. Металлические конструкции подъемно-транспортных машин. 3-е изд. Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1976. 454 с.
2. Дыховичный А. И. Строительная механика. 4-е изд. М.: Высшая школа, 1966. 328 с.

Дополнительная

3. Абрамович И. И., Котельников Г. А. Козловые краны общего назначения. 2-е изд. М.: Машиностроение, 1983. 232 с.
4. Башенные краны/Л. А. Невзоров, А. А. Зарецкий, Л. М. Волин и др. М.: Машиностроение, 1979. 292 с.
5. Богуславский П. Е. Металлические конструкции грузоподъемных машин и сооружений. М.: Машгиз, 1961. 519 с.
6. Концевой Е. М., Розенштейн Б. М. Ремонт крановых металлоконструкций. М.: Машиностроение, 1979. 206 с.
7. Левитин Б. С., Воронцов Г. А. Применение алюминиевых сплавов в крановых металлоконструкциях. М.: Машиностроение, 1969. 263 с.
8. Металлические конструкции/Е. И. Беленя, А. Н. Геннев, В. А. Балдин и др.; Под общ. ред. Е. И. Беленя. 5-е изд. М.: Стройиздат, 1976. 600 с.
9. Мостовые перегружатели/Б. В. Беглов, П. И. Кох, В. И. Опищенко и др. М.: Машиностроение, 1974. 224 с.
10. Один И. М. Инженерные задачи расчета крановых металлоконструкций. М.: Машиностроение, 1972. 119 с.
11. Рабинович И. М. Курс строительной механики. Ч. II. 2-е изд. М.: Стройиздат, 1954. 544 с.
12. Спицына Д. Н. Строительная механика стержневых машиностроительных конструкций. М.: Высшая школа, 1977. 248 с.
13. Справочник по кранам/Под ред. А. И. Дукельского. Т. 1. 2-е изд. М.—Л.: Машиностроение, 1971. 399 с.
14. Строительная механика/А. В. Дарков, Г. К. Клейн, В. И. Кузнецов и др. Под ред. А. В. Даркова. 7-е изд. М.: Высшая школа, 1976. 600 с.
15. Феодосьев В. И. Сопротивление материалов. М.: Наука, 1979. 559 с.
16. Шабашов А. П., Лысяков А. Г. Мостовые краны общего назначения. М.: Машиностроение, 1980. 304 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Основные условные обозначения	5

Часть первая

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Раздел первый

СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ СИСТЕМЫ

Глава 1. Балки с подвижной нагрузкой	6
§ 1.1. Сущность метода линий влияния	—
§ 1.2. Линии влияния реакций, перерезывающих сил и изгибающих моментов	7
§ 1.3. Линии влияния при узловой передаче нагрузки	12
§ 1.4. Кинематический метод построения линий влияния	13
§ 1.5. Определение невыгоднейшего нагружения линий влияния	14
§ 1.6. Определение наибольшего изгибающего момента в двухопорной балке от действия ходовых колес тележки	17
Глава 2. Фермы с неподвижной нагрузкой	18
§ 2.1. Способы образования ферм и условия их геометрической неизменяемости и статической определимости	19
§ 2.2. Методы определения усилий в стержнях плоских ферм	20
§ 2.3. Особенности расчета ферм при нагружении внеузловой нагрузкой от натяжений канатов	24
Глава 3. Фермы с подвижной нагрузкой	25
§ 3.1. Линии влияния усилий в стержнях типовых крановых ферм	—
§ 3.2. Линии влияния усилий в стержнях шпренгельных ферм	29
Глава 4. Пространственные стержневые системы	31
§ 4.1. Способы образования пространственных ферм и условия их геометрической неизменяемости	—
§ 4.2. Определение усилий в стержнях ферм методом вырезания узлов	32
§ 4.3. Определение усилий в стержнях пространственных ферм методом разложения их на плоские фермы	33
Глава 5. Основные теоремы об упругих системах	36
§ 5.1. Основные понятия	—
§ 5.2. Работа при статическом приложении внешних сил	38

§ 5.3. Работа внутренних сил упругой стержневой системы	39
§ 5.4. Возможная работа внешних и внутренних сил	41
§ 5.5. Теорема о взаимности работ и взаимности перемещений	42
§ 5.6. Общая формула для определения перемещений плоской стержневой системы. Метод Мора	44

Раздел второй

СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ СИСТЕМЫ

Глава 6. Расчет статически неопределимых систем методом сил	47
§ 6.1. Установление степени статической неопределимости и выбор лишних неизвестных	48
§ 6.2. Канонические уравнения метода сил и их упрощение	50
§ 6.3. Учет влияния изменения температуры и неточностей изготовления и монтажа конструкций	56
Глава 7. Применение метода сил к расчету различных статически неопределимых систем	57
§ 7.1. Расчет неразрезных балок	—
§ 7.2. Расчет статически неопределимых ферм	62
§ 7.3. Расчет статически неопределимых систем на действие подвижной нагрузки	64
Глава 8. Расчет статически неопределимых систем методом перемещений	67
§ 8.1. Определение числа неизвестных	68
§ 8.2. Канонические уравнения метода перемещений	72
§ 8.3. О методе конечных элементов	74

Раздел третий

НЕКОТОРЫЕ СПЕЦИАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ ГРУЗОПОДЪЕМНЫХ МАШИН

Глава 9. Особенности расчета крановых конструкций	83
§ 9.1. Определение усилий в элементах вспомогательной фермы от подвижной нагрузки на главной ферме (балке) кранового моста	84
§ 9.2. Расчет шарнирно сочлененных стрел с гибкой и жесткой оттяжкой при работе механизма вращения	90
§ 9.3. Определение усилий в элементах мачтово-стреловых кранов с жесткими и гибкими оттяжками	92
§ 9.4. Определение распора в подвижных конструкциях порталного и полупортального типов от различных нагрузок и особенности расчета их остова	93
Глава 10. Основы динамического расчета крановых конструкций	97
§ 10.1. Динамические расчетные схемы основных типов крановых конструкций и их приведенные массы	—
§ 10.2. Определение динамического воздействия на одномассовую систему при нагрузке, возрастающей по линейному закону, приложенной мгновенно и кратковременно	100
§ 10.3. Динамическое действие нагрузок на конструкции при работе механизмов подъема, передвижения, вращения и изменения вылетов кранов	104

МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ КОНСТРУКЦИИ ГРУЗОПОДЪЕМНЫХ МАШИН

Раздел четвертый

МАТЕРИАЛ, ОБЩИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТОВ И ЭЛЕМЕНТЫ
МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

Глава 11. Материалы металлических конструкций	114
§ 11.1. Строительные, углеродистые и низколегированные стали, их характеристики и области применения	—
§ 11.2. Алюминиевые сплавы	117
§ 11.3. Сортамент. Гнутые профили	118
§ 11.4. Особенности работы металлов в условиях низких температур	119
Глава 12. Общие методы расчетов металлических конструкций	120
§ 12.1. Особенности работы металлических конструкций при переменных напряжениях	—
§ 12.2. Влияние концентраторов напряжений и асимметрии цикла нагружения на сопротивление усталости	123
§ 12.3. Влияние на сопротивление усталости остаточных и пере-грузочных напряжений	128
§ 12.4. Основные положения расчета металлических конструкций при переменных напряжениях	130
§ 12.5. Расчетные сочетания нагрузок	136
§ 12.6. Расчеты на прочность при постоянных и переменных на-пряжениях по методам предельных состояний и допускае-мых напряжений	138
Глава 13. Соединения стальных конструкций	148
§ 13.1. Сварные соединения	—
§ 13.2. Болтовые и заклепочные соединения	151
§ 13.3. Шарнирные соединения	154
Глава 14. Расчет и конструкции балок	155
§ 14.1. Выбор основных размеров балок. Расчет прокатных и со-ставных балок	156
§ 14.2. Особенности расчета коробчатых балок с рельсом над стен-кой и с рельсом посередине балки	159
§ 14.3. Конструкции и расчет стыков балок	162
§ 14.4. Кручение балок	—
§ 14.5. Стесненный изгиб тонкостенных балок замкнутого профиля	168
§ 14.6. Общая устойчивость балок	—
§ 14.7. Местная устойчивость элементов балок	170
§ 14.8. Конструкции крепления рельсов	177
Глава 15. Расчет и конструкции ферм	178
§ 15.1. Основные размеры ферм. Системы решеток и их выбор	—
§ 15.2. Типы и подбор сечений стержней ферм	179
§ 15.3. Устойчивость стержней переменного сечения по длине и составных стержней	183
§ 15.4. Деформационный способ расчета стержней	187
§ 15.5. Особенности конструирования и расчета узлов и поясов ферм	189

Раздел пятый

МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ КОНСТРУКЦИИ КРАНОВ

Глава 16. Мостовые краны	191
§ 16.1. Типы конструкций и их основные параметры	—
§ 16.2. Расчетные нагрузки и их комбинации. Особенности расчета	195
Глава 17. Козловые краны и мостовые перегружатели	196
§ 17.1. Типы конструкций	197
§ 17.2. Расчетные нагрузки и их комбинации	200
§ 17.3. Особенности расчета	202
Глава 18. Стрелы	203
§ 18.1. Типы конструкций	—
§ 18.2. Расчетные нагрузки и их комбинации	205
§ 18.3. Особенности расчета	207
Глава 19. Портальные краны	210
§ 19.1. Типы конструкций и их основные параметры	—
§ 19.2. Расчетные нагрузки и их комбинации	213
§ 19.3. Особенности расчета	215
Глава 20. Башенные краны	219
§ 20.1. Типы конструкций и их основные параметры	—
§ 20.2. Расчетные нагрузки и их комбинации	223
§ 20.3. Особенности расчета	225
Список литературы	227